

Introducción.

Para poder realizar nuestro trabajo con calidad (lograr aprendizajes significativos, con sentido para los alumnos) es imprescindible hacer investigación. Que como docentes conozcamos la forma en que los alumnos construyen el conocimiento matemático y la forma en que nosotros podemos Facilitarles esa construcción, en este caso, que los profesores de preescolar o de primaria conozcan la forma en que el niño construye su conocimiento matemático y, dentro de éste, el concepto de número; para tomar una postura: enseñar el concepto de número (desde un nuevo paradigma*), donde se concibe que el aprendizaje es una construcción que sólo puede ser favorecida por quien sabe cómo se realiza dicha construcción y lo que ésta implica, tanto por parte del niño como del profesor, o, continuar realizando su "enseñanza del número" que hasta la fecha le resulta segura y confiable.

Indagar sobre la preparación de los profesores y la incidencia de ésta en sus prácticas se impone cada día más (Acuerdo Nacional para la Modernización Educativa, Carrera Magisterial) porque, aunque es un hecho que no hay consenso entre los profesores de preescolar y de primaria sobre la mejor forma de lograr que los niños, en estos niveles, construyan el concepto de número. Lo cierto es que se realiza una práctica concreta. ¿Cómo se realiza ésta?. ¿Qué postura teórica asumen los profesores al ‘enseñar’ el concepto de número’, ¿Qué concepciones sobre la matemática y sobre la enseñanza de la matemática subyacen a esas prácticas? .

Se parte de la idea encontrada en diferentes investigaciones (Jean Piaget, 1980: 324; Bernardo Gómez, 1996: 5-12; John Elliot, 1993: 23; Juan D. Godino, M. C. Batanero y V. Navarro-Pelayo, 1998: 4-5; Baroody, 1988: 20-22; G. Merino, M. Roncoroni, S. Ramírez y E. Wrotniak, 1996: 97-106; etc.), acerca del papel que juega el docente en la educación en general y en matemáticas en particular, en donde el problema del aprendizaje de las matemáticas es una constante. Donde, además, el problema, más que de aprendizaje, parece ser un “problema de enseñanza”. Por eso, lo que interesa en este

 *- " m (v. gr.). Modelo." Diccionario Larousse.

- Concepto propuesto por Thomas Khun en su obra "La estructura de las revoluciones científicas" (1970), que tiene que ver con la manera de hacer ciencia en una comunidad científica dada.

trabajo es todo lo que tiene que ver con el “ hacer ” del profesor; de ahí que se plantea la problemática alrededor de la enseñanza (parte importante del binomio enseñanza-aprendizaje en educación matemática).

En el espacio del aula, en el jardín de niños o en la escuela primaria y en los lugares donde los profesores realizan actividades relacionadas con las matemáticas ¿qué ocurre realmente en la interacción que se produce entre el profesor, que presenta el contenido matemático y los que se lo apropian (los alumnos)?, ¿Qué hay detrás de las acciones de estos participantes, principalmente del profesor?. Este trabajo pretende dar cuenta de todo lo que constituya el hacer docente matemático.

A este trabajo subyace una concepción de lo educativo como un acto complejo que se desarrolla principalmente en el aula, como campo donde se realiza una comunicación e intercambio. En éste, se realizan, al mismo tiempo acciones; las que conjuntamente con las comunicaciones permiten interpretar la cultura que se desarrolla entre profesores y alumnos con relación a las matemáticas, a partir del análisis de información descriptiva obtenidas sobre las formas de interacción entre docentes y alumnos.

Comúnmente causa gran impresión, en ocasiones, temor, escuchar la palabra matemáticas, sobre todo en la escuela; esto nos lleva a recordar nuestras propias experiencias, algunas de ellas no muy agradables, ya sea por las mismas matemáticas, o por los profesores que tuvimos; sin embargo, tal vez el conocer los resultados de investigaciones acerca de cómo se pueden aprender fácilmente éstas, incluso como algo agradable; por ejemplo, la construcción del concepto de número; puede ser un factor que inspire otra actitud por parte de los docentes, principalmente.

Por otra parte, en este tipo de investigaciones, interpretativas (que se vienen realizando desde los años setentas) se da más importancia a los procesos que a los resultados. En este caso la construcción del conocimiento matemático, como acto de intercambio sociocultural entre los participantes, profesores y alumnos.

Los resultados obtenidos nos permiten sostener que a pesar de todos los esfuerzos que se han venido realizando para actualizar a los docentes (programa para la modernización educativa), éstos no se ven reflejados, de manera total, en la práctica de los docentes de los niveles de preescolar y primaria.

Este trabajo tiene como propósito presentar la investigación realizada. De manera resumida; consiste en presentar la realización del estudio realizado dentro del tema de la

enseñanza de la Matemática, desde el enfoque constructivista; la forma en que se aborda el objeto de investigación y se realiza de manera descriptiva el análisis de los resultados obtenidos, así como también los aspectos que aportan (alcances y limitaciones). En este sentido el cuerpo del trabajo se ha organizado en cinco capítulos. En el primer capítulo se hace el planteamiento del problema, además se formulan los objetivos que orientan la investigación; aquí se hace énfasis en que las carencias teórico-conceptuales y metodológicas que tienen los profesores de los niveles preescolar y primaria los lleva a realizar prácticas que tienen ciertas características (tendencias), según las concepciones que tengan los docentes.

En el segundo capítulo; se hace una breve reseña de la relación entre la ciencia y la educación; se analiza la relación entre la postura de los profesores y su compromiso frente a la realidad para su modificación. Se presenta la concepción de enseñanza en la que descansa todo el trabajo y su relación con la investigación educativa. También se hace un somero análisis histórico-epistemológico de las matemáticas, su relación con la formación de profesores de matemáticas y la enseñanza de las mismas (didáctica de la matemática). Por último, se presenta un análisis de lo que en el ámbito básico, en matemáticas, hasta nuestros días, se puede sintetizar en una pregunta: ¿Tendrá importancia en el aprendizaje de las matemáticas, el que los docentes asuman una postura teórica con relación al concepto de número?

En el tercer capítulo se describe el marco en el cual se inscribe la teoría que sustenta esta investigación. En éste, se plantea la necesidad de que el docente conozca las diferentes teorías de aprendizaje de la matemática que se han construido hasta nuestros días. Algunas de sus características principales, sus fundamentos filosóficos y epistemológicos, ya que a partir de las concepciones que se tengan sobre las matemáticas y su enseñanza, los profesores toman sus decisiones en la forma de abordarlas. También se plantea, otra vez, la disyuntiva de ir en la línea de la construcción lógica de los conceptos matemáticos o bien en la línea de apoyarse en el conteo, analizando las diferentes propuestas que distintos investigadores han hecho, al menos en las últimas décadas.

En el cuarto capítulo se describe la metodología seguida en el desarrollo de la investigación. En el caso que nos ocupa las prácticas tan diferentes que realizan los profesores de los niveles estudiados, sus posturas teóricas tan disímolas, y a veces tan ausentes. Se describe el proceso de la obtención de la información y, el proceso del análisis de la misma. En el quinto, se presentan los resultados obtenidos, las conclusiones a las que se llega, así como los alcances del estudio y sus limitaciones.

En los anexos se podrán encontrar todos los protocolos de las entrevistas así como una copia del instrumento que se toma de Carrillo y Contreras.

Capítulo I.- Planteamiento del problema.

Los profesores, tanto de los niveles de preescolar como de primaria, realizan una práctica que en ningún momento es uniforme y/o consensada; a pesar de que en los nuevos programas se dan sugerencias en la línea del constructivismo (los fundamentos filosóficos del programa de educación primaria así lo asientan).

Durante veintidós años de servicio como profesor de educación primaria (de 1970 hasta 1992), en las escuelas donde laboré como docente pude observar a diferentes profesores, que en matemáticas la "enseñanza del número" la hacen a partir de la recitación de la serie numérica. Aunque los niños la repiten muy bien, en el momento en que se les pregunta cuál es mayor o cuál es menor de dos números dados, o bien, cuál de éstos va primero en la serie o en la recta numérica, no siempre pueden decirnos cuál es ese número. Muchas veces, con sólo preguntarles si están seguros, podemos darnos cuenta

que "le atinaron" por azar; o bien, responden que no saben. Otros profesores recurren a la memorización mecánica, colocando láminas alrededor del aula, con dibujos de tantos elementos como indica el número que quieren que sus alumnos aprendan y representen luego. Así, las clases se convierten en un "cantar y cantar" los números.

Al enseñar los algoritmos ("cuentas" de sumar o restar), se le pide al niño que los practique hasta que sepa hacerlo de manera precisa y rápida, aunque, con mucha frecuencia sucede que, luego, al plantearle problemas donde debe usarlos, el contenido de la proposición verbal enunciada por el maestro no le dice nada. Es obvio que los alumnos aprenden a hacer "cuentas", pero, entre saber hacer cuentas y utilizarlas en el momento preciso para resolver situaciones-problema hay una gran distancia.

Se puede constatar que hay niños de reciente ingreso a la escuela primaria que preguntan qué son esas culebrillas (las "cuentas"), sin embargo, esos mismos niños, pueden resolverlas, mentalmente o con signos, únicamente pidiendo que se les diga lo que significan esas culebrillas; indicio de que el niño ya ha construido la idea (concepto) de número que es lo que le permite resolver el problema, aunque no pueda aún representarlo gráficamente por medio de signos.

Ante esta realidad, será interesante saber si tenemos todavía profesores que se resisten a aceptar un cambio en su práctica docente, pues, para algunos de ellos su hacer cotidiano se reduce a realizar, únicamente, una práctica que les permita distinguirse en los concursos o muestreos y en las demostraciones (más, porque generalmente éstos se realizan con parámetros tradicionales: hacer cuentas, recordar definiciones), sin preocuparse en reflexionar acerca de si lo que hacen es lo mejor para sus alumnos. Sabemos, por experiencia propia, que, para lograrlo, muchas veces se seleccionan, desde principio de año, los "caballitos de batalla"; obviamente, restando atención al resto del grupo. En lugar de apoyar a los niños más atrasados, se apoya a los más "adelantados". Esto crea en los niños un sentimiento de marginación y rechazo, lo que, de ninguna manera favorece el aprendizaje. Si, como dice Piaget: "los exámenes estigmatizan a los niños" (citado por Jesús Palacios, 1986 p. 77), ¿qué harán los concursos?

Es fácil encontrarnos con docentes, quienes consideran que "dominan" cierta técnica para "enseñar el número o los números"; y cuando alguien les dice que ésta es incongruente con el desarrollo del niño, es común escucharlos decir: ¡Cómo que esto no es lo adecuado!, ¿Que yo no soy el que enseña?, ¿Que el niño, él solo construye qué?, ¿Quién lo dice?. "A mí, lo padres de familia siempre me han dicho que soy muy buen maestro; no tengo por qué cambiar."

En el nivel preescolar; en algunas visitas que he realizado a algunos jardines de niños, he podido observar que, aunque se supone que el trabajo descansa directamente en la teoría psicogenética (en lo relativo al abordaje de las matemáticas las actividades giran alrededor del concepto de número); por ejemplo, en cuanto al manejo del material concreto es común que las educadoras proporcionen este material, sin otro objetivo que el de la manipulación; esto, amén del tipo de consignas que se dan, generalmente cerradas.

Otro problema detectado en este nivel consiste en que, algunas educadoras con el fin de "quedar bien" con los padres de familia (no chocar con sus ideas, no sólo conservadoras sino algunas de ellas retrógradas), les "ponen planas" de números a los niños, sin otro motivo que el que dibujen lo que la educadora dice; esto manifiesta, de alguna manera, su descuido o desconocimiento del desarrollo de los niños en lo relativo a la representación gráfica (función semiótica).

Pero, finalmente, si el niño no logra construir el concepto de número como su profesor le enseña, el que tiene "problemas" es el niño. El profesor, regularmente no es consciente de que puede ser él quien obstaculiza el proceso de construcción del concepto de número, en lugar de favorecerlo.

Se sabe de muchas personas que habiendo fracasado en matemáticas tuvieron que renunciar a estudiar la carrera de su preferencia. De la misma manera, tal vez miles, tal vez millones de seres humanos en el mundo, han quedado estigmatizados para siempre, al "fracasar" en la construcción del concepto de número y obviamente de los conocimientos que de él se derivan (matemáticas para algunos, para otros aritmética) y, por tanto, muchos de estos mismos ya no estudiaron; "fracasaron escolarmente"; algunos se tuvieron que conformar con estudiar "algo", aunque no fuera lo que más habían deseado. Sin embargo, se sabe que todas estas personas, en el momento en que lo necesitaron, construyeron el concepto número. Muchas de éstas son gente triunfadora y, en la vida real son gente a la que no se le dificulta resolver problemas que impliquen el uso del concepto de número, con tal que sea de su interés y una necesidad personal (Carmen Gómez-Granel y Javier Fraile, 1993: 101-113).

Aquí cabría hacernos estas preguntas: ¿Quién fracasó, el alumno, al no adaptarse a la forma de "enseñar" del profesor; o la escuela (profesor), al no poder adaptar su forma de enseñar (partiendo de lo que el alumno ya sabe) el conocimiento matemático a las posibilidades del alumno?. Como dicen Grecia Gálvez y Guy Brousseau ¿De qué se

trata?, ¿de tener un alumno a la medida de la escuela o de ofrecer una escuela a la medida del alumno? (Grecia Gálvez, mecanograma: 7).

Por todo lo anterior podemos preguntarnos: ¿En cuál teoría se apoyan los profesores de preescolar o de primaria cuando “enseñan” el concepto de número?, ¿cuáles son las concepciones que sobre las matemáticas y sobre la enseñanza de las matemáticas en general y del concepto de número, en particular, tienen estos profesores de preescolar y de primaria?.

I.-1.- Definición del problema.

En la Universidad Pedagógica de Durango (UPD), con base en las experiencias tenidas como asesor en el Plan de estudios LEPEP 85 y la LE '94 (Licenciatura en educación preescolar y primaria, y Licenciatura en Educación, respectivamente), al realizar el análisis de los contenidos de las asignaturas de matemáticas: La matemática en la escuela I, II y III, Plan '85; La construcción del conocimiento matemático en la escuela; Los problemas matemáticos en la escuela, y Génesis del pensamiento matemático en el niño de edad preescolar, Plan '94, me he podido dar cuenta que los profesores de los niveles de preescolar y de primaria, que son alumnos en esta Universidad, manifiestan carencias teórico-conceptuales y metodológicas en la enseñanza del concepto de número, lo que hace suponer que su práctica docente también es realizada en congruencia con esas carencias. Esto nos lleva a preguntarnos: ¿Cuáles son las tendencias* en las prácticas de los profesores de estos niveles (lo que realizan como enseñanza los docentes) en relación a la construcción de conceptos matemáticos como el del concepto de número por parte del niño, y, las concepciones sobre las matemáticas y sobre la enseñanza de las matemáticas que subyacen a estas prácticas ?.

I.-2.- Justificación.

Desde hace años, sobre todo en los últimos siete, en nuestra Entidad, Durango, ha habido, cursos, talleres, seminarios, etc., con la intención de encontrar solución a los problemas acerca del aprendizaje de las matemáticas en general y, dentro del programa de matemáticas, el del concepto de número (cursos de actualización del magisterio realizados cada año, en verano, y en los llamados centros de maestros, durante todo el año); sin embargo, las autoridades y padres de familia siguen quejándose por los

“malos” resultados al realizar evaluaciones de los aprendizajes de los niños, y manifiestan que sigue habiendo problemas.

Aun cuando el docente haya obtenido un grado de licenciatura, o haya hecho cursos, talleres o seminarios, sucede que, una cosa es lo que se dice y otra muy distinta lo que se hace (Eréndira Valdez Coiro, 1997: 49). Hay quienes expresan ideas que se consideran apropiadas pero que, desgraciadamente, no caracterizan su práctica. Esto, unido a la escasa toma de conciencia de sus propias concepciones, justifica la inconsistencia entre la manifestación verbal de éstas y las inferidas a partir de la observación de su práctica docente. Desgraciadamente, como decía el filósofo chino Confucio:

"En un principio, con sólo oír decir algo a una persona, tenía yo confianza en su conducta; pero ahora, después de oír decir algo a una persona, tengo que ver su conducta". "Los antiguos no decían nada a la ligera, pues encontraban indigno no hacer lo que habían dicho "**

* Usamos el término *tendencia* porque estimamos, en concordancia con Porlán (1992), que, en la práctica, es difícil encontrar profesores que se identifiquen con un modelo didáctico concreto.

** Sabiduría de Confucio (Notas de fotocopia).

En estos tiempos es muy común mentir con tal de lograr un reconocimiento, o un grado académico, incluso un trabajo. Así, tenemos profesores que dicen estar de acuerdo con los principios no autoritarios, pero en su práctica no hacen otra cosa que dar órdenes (que los niños no repliquen porque hasta son suspendidos, sólo porque piden una explicación de las decisiones del profesor). Los niños no tienen derechos, sólo obligaciones. Los profesores afirman que consideran los intereses y necesidades de los niños, pero no hacen otra cosa que preocuparse por el desarrollo del programa en lugar de preocuparse por el desarrollo de sus alumnos; aseguran que su práctica concibe el aprendizaje del número como una comprensión, pero no hacen otra cosa que hacer que los niños reciten fórmulas, partan de la aplicación de reglas al resolver problemas, etc.

Por todo lo expuesto, en este trabajo nos proponemos realizar una investigación sobre el conocimiento y manejo, teoría y práctica del concepto de número, por parte de los profesores de los niveles de preescolar y primaria, que permita identificar sus concepciones, o sea: cómo conciben el concepto de número y la enseñanza del mismo, y la relación directa que esto tiene con el tipo de práctica (enseñanza-aprendizaje del concepto de número) que realizan los docentes de estos niveles.

El estudio se apoyará en la perspectiva constructivista, ya que, en principio, es la perspectiva teórica que subyace al currículum oficial de las matemáticas propuesto por la SEP, y, además, porque se considera al conocimiento como eso, como una construcción que hace el alumno, y que se contrapone a la idea positivista de que el conocimiento es algo (una "cosa") que se transmite de las generaciones adultas a las generaciones jóvenes, de expertos a ignorantes.

La identificación de las concepciones que tienen los profesores sobre el concepto de número y sobre la enseñanza del mismo, y las formas en que las concretan en su práctica, se hará por medio del Análisis de Contenido (técnica de investigación de las comunicaciones que tienen por objeto interpretar (Madeleine Grawitz, 1984: 144), esto permitirá conocer las diferentes maneras en que los profesores, a partir de estas concepciones, logran que los niños construyan el concepto de número.

Según datos de 1998-1999 de la SECyD (Secretaría de Educación Cultura y Deporte del Estado de Durango) hay 12950 profesores en servicio, de los cuales 4713 son de la zona de influencia de la Universidad Pedagógica de Durango y, aunque hay 718 egresados de licenciatura desde su creación (a la fecha son más), y se supone que éstos tienen más información que los que no la tienen como para realizar una práctica innovadora, ésta, generalmente no se da. Persisten problemas en relación al aprendizaje de conceptos matemáticos como el de número.

Los resultados de esta investigación podrán permitir, colateralmente, comparar el desempeño entre los profesores con licenciatura y los que no la tienen. También servirán para buscar estrategias que beneficien a todos los profesores en servicio, aun a los egresados con nivel de licenciatura, pues, como ya se dijo, aunque tienen más elementos teóricos (son teorizantes) que los egresados como profesores (de los planes de tres y cuatro años de normal básica), en la práctica, según supervisores y directores de escuelas, siguen reproduciendo los mismos esquemas "tradicionales". Esto se debe a que no siempre es fácil pasar de la teoría a la práctica; ya que, la información tiene que ser asimilada, primero (usando los principios de la teoría de Piaget), esto es un proceso que no es inmediato. Después, la información deberá ser procesada para llegar a la acomodación; lo que posibilitará un cambio de sus estructuras mentales y un cambio de actitud del profesor ante la enseñanza de las matemáticas. Esto no es inmediato, sino que, se necesita tiempo para ver los resultados del proceso de formación a que ha estado sometido el profesor, esto nos lleva, nuevamente, a considerar que:

"Lo que se sabe pero aún no se hace, se sabe superficialmente". *

No basta con hablar bonito, ni tener buenos deseos para que los problemas se resuelvan.

"Hacer cada cosa de que se hable y llegar a saber cada cosa que se haga, es verdadero saber" (Confucio)*.

Aunque es una necesidad, no se han implementado programas de seguimiento de los egresados de licenciatura de la Universidad Pedagógica de Durango, entonces, ¿Cómo saber el impacto que las licenciaturas ofertadas han tenido o tienen en el mejoramiento de los aprendizajes de la matemática y las actitudes y acciones innovadoras que potencialmente se supone han promovido en los docentes, por tener el nivel de licenciatura?. Aunque tenemos conocimiento de que se terminó de realizar una investigación comparativa, en cuanto a eficiencia, de los egresados de normales y de los

* Sabiduría de Confucio (Notas de fotocopia).

egresados de la UPD, como licenciados; y los que no tienen la licenciatura, aún no contamos con resultados; mientras no contemos con éstos, esta investigación podrá permitir la implementación de acciones que lleven al abatimiento del problema de la enseñanza de las matemáticas y de su incidencia en el fracaso escolar.

I.-3.- Objetivos del estudio

Con la realización de esta investigación se identificaron los tipos de práctica (tendencias) que realizan los profesores alumnos y egresados de la Universidad Pedagógica de Durango, en las escuelas de los niveles de preescolar y de primaria en relación con las matemáticas en general y con el concepto de número en particular, y, las concepciones sobre las matemáticas y sobre su enseñanza que subyacen a éstas.

También se consideró la posibilidad; sin que esto sea un objetivo a alcanzar en este trabajo; de elaborar una estrategia tendiente a resolver el problema detectado. Por esto, a partir de los resultados obtenidos y apoyándonos en las investigaciones más recientes sobre la formación de docentes (ver por ejemplo a Daniela Cela Bermejo y Emma García Sánchez, 1996: 77-88), se piensa en acciones colectivas (seminario- taller), o bien, colectivos para realizar investigación-acción, ya que, la experiencia ha demostrado que los cursos de actualización y la formación misma de los docentes a nivel

licenciatura no han permitido resolver el problema del fracaso en el aprendizaje de las matemáticas y su incidencia tan alta en el fracaso escolar individual, primero, y colectivo, después (Joan E. Cantarero Server, 1996: 47-57).

Por lo pronto, se tiene el plan de organizar una academia de matemáticas institucional para abordar el problema de la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, la cual podrá incorporar, para comenzar, docentes de preescolar y de primaria. También, se tiene pensado que los trabajos realizados en este espacio (institucional), puedan ser luego presentados y proyectados a nivel de una academia interinstitucional de docentes de matemáticas (que acaba de ser registrada como asociación civil), de proyección estatal, ya existente. Se espera que los trabajos, aquí elaborados y presentados, puedan ser tomados en cuenta por las autoridades educativas, y ser considerados para cursos de actualización del magisterio o en cursos que las instituciones, de manera particular, puedan demandar, o, mínimamente, en las reuniones mensuales que tiene esta academia, para su conocimiento, por parte de sus miembros.

Capítulo II.- Antecedentes

II. 1.- Ciencia y educación.

Una teoría de la enseñanza, como actividad profesional, está determinada por una concepción de la investigación curricular (L. Stenhouse, 1993: 93). A diferentes investigaciones curriculares, diferentes teorías de la enseñanza.

Para que la enseñanza llegue a ser una actividad más genuinamente profesional, deben ocurrir tres tipos de evolución (Carr y Kemmis, 1988: 27).

1o.- Que las actitudes y las prácticas de los docentes se fundamenten en teoría e investigación educativa.

2o.- Que se respete su autonomía, tanto en el plano colectivo como individual, y

3o.- Que se generalicen las responsabilidades profesionales de los profesores con las de la comunidad en general.

Hasta hace relativamente poco tiempo, la función del profesor era considerada más como la de un técnico que debía seguir las indicaciones de un experto (hay muchos docentes que aún lo hacen, y hasta lo exigen), ajeno completamente a su contexto y, a veces, incluso a su profesión, y que, sin embargo determinaba desde afuera, el qué hacer en la escuela. En estos años estamos asistiendo a un cambio en la función del profesor el cual con una conciencia profesional, respaldada por una teoría y por una investigación curricular coherente con esa visión profesional, está dándose cuenta que él puede tomar en sus manos las decisiones que corresponden a su función.

En el campo de la investigación científica se consideraba que, para que un conocimiento pudiera ser considerado científico, tenía que cumplir con ciertas condiciones (objetividad y verdad, por ejemplo, para la concepción positivista). Estas condiciones han ido cambiando y seguirán cambiando y no necesariamente de acuerdo a los planteamientos de la misma ciencia, sino, más bien, de acuerdo a los planteamientos que hace la sociedad, léase comunidad científica, pues, cuando los criterios de científicidad vigentes en cierto momento histórico no pueden resolver todos los problemas que en lo social se plantean, viene un cambio de paradigma (T. Kuhn. 1962). Para Kuhn la idea de que el saber científico sea un proceso de continua acumulación y crecimiento es incoherente. Para él, el desarrollo del saber científico se interpretaría con más realismo considerándolo como una sucesión de "revoluciones", en el curso de las cuales resultan derribados y reemplazados los paradigmas dominantes.

La orientación positivista de la ciencia, en la educación, se refleja en la imagen funcionalista del comportamiento humano, como determinado por leyes impersonales que funcionan lejos del control del individuo. Hasta los 70`s reinó esta idea de que el funcionalismo suministraba el marco de referencia idóneo para el estudio sociológico de la educación; en parte, debido a la incorporación de las ideas positivistas. El consenso en cuanto al valor del funcionalismo se perdió y la sociología de la educación tomó otro rumbo, que adoptó una postura radicalmente distinta.

En esta nueva sociología, la sociedad ya no es "un sistema independiente" mantenido mediante relaciones de factores externos a los miembros de aquélla (...) sino constituida y sostenida por las actividades interpretativas de sus miembros. La sociedad posee cierto grado de objetividad gracias a que los actores sociales, en el proceso de interpretación de su mundo social, la exteriorizan y objetivan (citado por Carr y Kemmis, 1988: 99). La investigación sociológica se preocupará más de revelar los significados a partir de los cuales los miembros de la sociedad construyen y reconstruyen dicho orden.

En el campo de la educación, en consecuencia, la investigación debe centrarse en comprender los procesos sociales mediante los cuales se produce y pasa a "darse por supuesta" una realidad social dada. Una idea central de este paradigma es de Weber (citado por Carr y Kemmis: 102):

"La acción es social en la medida en que, en virtud del significado subjetivo que le atribuye el individuo actuante (o los individuos), tienen en cuenta el comportamiento de otros y orienta su dirección en consecuencia".

El comportamiento de los seres humanos está constituido, principalmente, por sus acciones y es rasgo característico de las acciones el tener un sentido para quienes las realizan y el convertirse en comprensibles para otros sólo por referencia al sentido que les atribuye el actor individual. Observar las acciones de una persona, por tanto, no se reduce a tomar nota de los movimientos físicos visibles del actor, sino que, hace falta una interpretación, por parte del observador, del sentido que el actor confiere a su conducta (la noción de "significado subjetivo" va estrechamente unida a la distinción entre acción humana y conducta humana). Un tipo de comportamiento puede constituir toda una serie de acciones (A. J. Ayer citado por Carr y Kemmis: 103).

Por eso es que las acciones tienen que ser interpretadas por referencia a los motivos del actor, a sus intenciones o propósitos en el momento de llevar a cabo la acción. Identificar correctamente esos motivos e intenciones es entender el significado subjetivo que la acción tiene para el actor. Las acciones, a diferencia del comportamiento de casi todos los objetos, siempre incorporan las interpretaciones del actor.

Podemos decir, pues, que los propósitos de la ciencia social interpretativa consisten en descubrir los significados y el conjunto de reglas sociales que dan sentido a determinado tipo de actividad.

Cuando los actores individuales pueden revelar los significados de las formas particulares de la vida social, también pueden revelar las reglas y los supuestos en función de los cuales actúan, y esto les permitirá comprender el significado de sus propias acciones (Díaz Barriga, 1995: 111-128).

Al permitir que los individuos comprendan sus acciones, la ciencia social interpretativa, crea dos posibilidades de cambio práctico a través de:

a).- Facilitar la comunicación entre aquellos cuyas acciones se interpretan y aquellos que tienen acceso a la exposición interpretativa.

b).-Facilitarles la comprensión de su situación permitiéndoles que analicen críticamente sus creencias y actitudes inherentes a su manera de pensar, actuar.

En las últimas décadas, se ha manifestado un movimiento reconceptuador en relación al curriculum y a la investigación didáctica, donde diferentes enfoques, teorías y tendencias han intentado ocupar el espacio abierto después de que los esquemas

tradicionales sufrieron una "ruptura" en los aspectos epistemológico, metodológico y curricular.

Es importante destacar que en la enseñanza, a diferencia de otras profesiones, la teoría y la investigación no desempeñan el papel prioritario que tienen en otras profesiones como la medicina y la ingeniería, esto ha impedido que los profesores tengamos más autonomía en nuestra función. Para lograrlo, es necesario que los propios docentes construyamos nuestra propia teoría, a partir de la reflexión sobre nuestros conocimientos prácticos, apoyados en la investigación.

Quienes nos dedicamos a la docencia debemos contar con alguna teoría previa de la enseñanza o educación que estructure nuestras actividades y guíe nuestras decisiones y, si nuestra experiencia es el origen mismo de nuestros problemas, entonces, nuestra participación en la investigación de nuestra propia práctica es una necesidad ineludible (L. Stenhouse, 1993: 88).

Necesitamos convertirnos en comunidades críticas de nuestro propio hacer y, a través de la investigación participativa, concebida como análisis crítico, proponer cambios en nuestras prácticas educativas, en los valores educativos, que tan escaso interés se le ha puesto en la investigación educativa (Lidio Ribeiro Riani, 1996: 93), e incluso en las estructuras sociales e institucionales.

II.2.- La formación de profesores

Las experiencias en educación como las de Iván Illich que conciben a la educación como mercancía; las de Berenfeld que relaciona educación con libertad; las de Gastón Mialaret que concibe a la pedagogía como algo necesariamente experimental; las de J. Fillox que relaciona educación con el cambio y las de Paulo Freire que entiende a la educación como una praxis liberadora a través de la concienciación, parten del análisis de la realidad posibilitando una postura y un compromiso de los docentes frente a la misma realidad para su modificación (Anita Barabtarlo, 1995: 14-15).

Así, el papel que puedan desempeñar las instituciones formadoras de docentes en la formación y actualización de los docentes en servicio parece depender de la óptica que se adopte, según el modelo de enseñante que se pretenda "oficialmente".

Debemos luchar por lograr un profesor-investigador que sea capaz de producir conocimiento y valores, que no sea sólo reproductor (Anita Barabtarlo, 1995: 18):

La concepción tradicional, que consideraba al profesor como un mero transmisor de contenidos y un evaluador de resultados se ha visto superada por la complejidad de la vida del aula. Las diferentes y crecientes exigencias que recaen sobre los enseñantes, la diversidad de intereses que confluyen en la escuela, la heterogeneidad del alumnado, la aparición de nuevos y potentes medios de difusión del conocimiento, son algunos de los factores que implican una concepción diferente de la del profesor como técnico. La propia administración educativa perfila un docente práctico-reflexivo (Joan E. Cantarero Server, 1996: 47-57; Carr y Kemmis, 1988: 25-63).

El perfil deseable del profesor deberá ser el de un profesional capaz de contextualizar su práctica; planificar la misma desde posiciones teóricas propias y conscientes; combinar una enseñanza para todos, atendiendo las individualidades; con una postura democrática, sin desigualdades, que se atreva a trabajar colegiadamente, en equipo, con proyectos institucionales.

Este perfil de docente exige, también, un nuevo modelo de formación, tanto inicial como permanente, evitando intentar continuar con enfoques verticales, basado en cursos que programa la parte administrativa y los presumiblemente expertos. Este tipo de programas desde arriba, dice Pereyra (citado por Cantarero, 1996) desafortunadamente:

"lo que en realidad generan es la indiferencia cuando no la resistencia de los profesores. Son los modelos de colaboración y los sistemas descentralizados que unen a administradores e investigadores de la educación con los enseñantes y en los que éstos tienen reconocido un papel sustantivo, los que pueden prosperar" (p. 49).

Frente al carácter instrumental que ha caracterizado a los planes de formación, optamos por una alternativa que integre teoría y práctica educativas (Beyer, citado por Cantarero, 1996: 49; Carr y Kemmis, 1988: 27; Anita Barabtarlo, 1995: 8).

II.3.- ¿Una teoría de la enseñanza?, ¿por qué? y ¿para qué?

No es fácil encontrar concepciones consistentes, fundamentadas, coherentes y, en definitiva, orientadoras de la acción educativa, sin embargo, la necesidad de contar con una teoría de la enseñanza permea en el fondo de muchos planteamientos.

Ante esta necesidad, César Coll (1991: 9-22) plantea una propuesta sobre la enseñanza, donde la conceptúa como una ayuda pedagógica. Esta se apoya en la concepción constructivista del aprendizaje escolar y de la enseñanza; a decir del propio César Coll, esta concepción alcanza su máximo interés cuando se utiliza más como una herramienta de reflexión y análisis, cuando se convierte en instrumento de indagación teórica y práctica.

La enseñanza, entendida como ayuda, permite acercar al alumno al conocimiento socialmente aceptado, el cual, sin esta ayuda, tal vez jamás pueda ser construido por el alumno (Bárbara Rogof, 1984: 13-14; Vigotsky 1985: 71-73).

La función del profesor ya no la podemos ver más como el que todo lo sabe, su trabajo debe concretarse más en vincular los procesos y los conocimientos con los que llegan a la escuela los alumnos con los significados colectivos, reconocidos socialmente, llámese currículum.

El principio psicológico explicativo más importante que subyace a la actividad del alumno es la actividad mental constructiva del alumno en relación a sus aprendizajes. Se concibe, así, al aprendizaje, como un proceso de construcción del conocimiento, y la enseñanza como una ayuda a este proceso (César Coll, 1991: 19-20).

Esta construcción del conocimiento en la escuela debe verse más como un proceso de construcción compartida por profesores y alumnos en torno a unos saberes preexistentes. Saberes con reconocimiento social.

César Coll nos previene contra reduccionismos, eclecticismos y utilidades dogmáticas del constructivismo, y sugiere considerarlo más como una convergencia de principios explicativos, abierta a matizaciones, ampliaciones y correcciones.

Apoyados en la teoría constructivista, rechazamos la función reproductora de la escuela y la concepción del desarrollo entendido como una acumulación de aprendizajes, y apoyamos el desarrollo de los alumnos y la actividad constructiva del alumno.

También, Carr y Kemmis (1988: 121) hacen una propuesta que se corresponde con el título de su obra "Teoría crítica de la enseñanza", en donde definen a la educación como una actividad práctica cuyo propósito es cambiar a los educandos en ciertos sentidos que estimamos convenientes.

Si la educación se conceptúa como una empresa práctica entonces sus problemas serán, también prácticos, que quedan resueltos, no con un nuevo saber teórico sino con un nuevo saber pero práctico. Como dice Gauthier (citado por Carr y Kemmis, 1988: 121):

" Los problemas prácticos son problemas acerca de lo que hay que hacer, (...) su solución sólo se halla haciendo algo".

El problema de la baja calidad educativa, además de demostrar el fracaso de una práctica, la tradicional, evidencia el fracaso de la teoría de la que deriva la creencia en la eficacia de dicha práctica.

Sin embargo, debemos oponernos a considerar como exhaustivas tanto a la teoría positivista como a la interpretativa, necesitamos una investigación educativa que sea al mismo tiempo "interpretativa y científica". Interpretativa, en el sentido de generar teorías que sean comprendidas y utilizadas por los profesores, con referencia a sus propios conceptos y teorías; científicas, en el sentido de que dichas teorías suministren un reto coherente a las teorías ya incorporadas en la práctica de los profesores.

El único propósito legítimo de una investigación educativa es generar teorías de la práctica educativa que, sin descuidar los principios antes anotados, sean útiles a los profesores para resolver los problemas a que tales experiencias y situaciones den lugar (Stenhouse, 1993: 11).

II.4.- La filosofía y las matemáticas. Polémica histórico-epistemológica sobre la construcción del conocimiento matemático.

Las posiciones filosóficas y las teorías epistemológicas relativas al conocimiento matemático han ejercido una influencia determinante sobre la educación matemática, por ejemplo: Heráclito enfatizaba, para conocer, la importancia de los sentidos; Parménides privilegiaba el papel de la razón. Conocer, para Platón, (verdadero iniciador

de la epistemología) significaba re-conocer, trasladar un cuerpo de objetos y relaciones preexistentes en un mundo exterior e implantarlos en el intelecto del individuo. La tesis fundamental de esta postura epistemológica -**realismo matemático** - es la separación explícita entre el sujeto cognoscente y el objeto de conocimiento (retomado por Luis Moreno Armella y Guillermina Waldeg, 1992: 7-15). Aristóteles le da un matiz empírico a este realismo matemático.

Las dos concepciones, la idealista de Platón y la empirista de Aristóteles, parten de la premisa de que los objetos de conocimiento de la matemática y sus relaciones están dados, su existencia no depende del sujeto que conoce, ya que preexisten a él. Bajo esta concepción la matemática puede ser vista como un "objeto de enseñanza". Considerando que la matemática es un "objeto de enseñanza", ésta puede transmitirse. Quien posee el conocimiento puede ofrecerlo a quien no lo posee, sin riesgo de que el conocimiento se modifique en el proceso de transmisión. Bajo esta concepción, la evaluación consiste en que el profesor demanda del estudiante un discurso semejante al de él.

Ha habido reacciones significativas como la de Polya, quien propuso una pedagogía del descubrimiento, desgraciadamente impregnada de la concepción realista: esto puede verse en la idea esencial de esta propuesta de que la matemática "se descubre". Esto nos lleva nuevamente a la idea de que el conocimiento matemático preexiste en algún lugar.

Las teorías conductistas, basadas en el estímulo-reforzamiento y la tecnología educativa derivada de ella están, igualmente, dentro de la concepción realista, pues sostienen la idea de que el conocimiento es una especie de "paquete" que se transmite y se adquiere tanto mejor cuanto mejores son los vehículos que lo transportan.

Una cosa es obvia: el fracaso en el aprendizaje de la matemática parece ir en aumento. Parece ser que "**eso**" que no ha resultado ser tan fácil de transmitir no es algo que pueda transmitirse debido a que el profesor no lo tiene "hecho", de una vez y para siempre para consumo de sus alumnos, sino que, éstos lo construyen (L. Moreno Armella y G. Waldeg, 1996: 10).

Ya con Kant, encontramos la idea de que cuando el sujeto cognoscente se acerca al objeto de conocimiento (sea éste material o ideal) lo hace a partir de ciertos supuestos teóricos; así, el conocimiento es el resultado de un proceso dialéctico entre el sujeto y el objeto, en donde ambos se modifican sucesivamente. Para Kant, conocer significa crear a partir de ciertos a priori. La concepción epistemológica de Kant (citado por Luis Moreno Armella y Guillermina Waldeg, 1996: 11) sirve como punto de partida para las

reformulaciones constructivistas del presente siglo. Jean Piaget establece su epistemología genética sobre estas bases, y sobre la idea de que el conocimiento se construye mediante la actividad del sujeto sobre los objetos. En esta perspectiva, la actividad del sujeto es lo primordial: no hay "objeto de enseñanza", sino "objeto de aprendizaje".

El formalismo, que exige extirpar el significado de los objetos a fin de trabajar exclusivamente con las "formas" y con las relaciones entre dichos objetos, y el **realismo**, que, como ya se dijo anteriormente, propone la separación explícita entre el sujeto cognoscente y el objeto de conocimiento, han logrado conformar una concepción sobre la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, **realismo-formalismo** que, podemos afirmar, ha permeado durante el presente siglo, hasta nuestros días, la práctica educativa de los profesores. Por tanto, podemos afirmar que, la epistemología que domina "la enseñanza tradicional" de la matemática tiene sus raíces históricas en la antigua Grecia.

Es innegable que la actividad matemática producto de esta concepción ha sido sumamente fructífera, basta observar los grandes avances que ésta ha permitido (programa espacial, informática, física, química, carrera armamentista, etc.) a partir de su aplicación. Sin embargo, lamentablemente, esto mismo no se puede decir de la práctica educativa (aprendizajes escolares) que se deriva de esta concepción formalista de la matemática (Moreno Armella y Guillermina Waldeg, 1992: 12-14), pues, basta echar una ojeada a los informes anuales de la SEP sobre aprendizajes, en matemáticas, y los informes administrativos sobre deserción a causa de la reprobación en matemáticas, para percatarnos de la situación catastrófica que se vive actualmente.

Por estas razones, en este siglo, un primer intento hacia una reforma en la enseñanza de las matemáticas se dio en Edimburgo, en el Congreso Internacional de Matemáticas del año de 1958. Después, le siguió el seminario de Royamount, cuyo interés era la modernización de las matemáticas pre-universitarias. Para poder lograr la reforma, tuvieron lugar, todavía, varias reuniones: en Dinamarca (Arhus), Zagreb y Dubrovnic en Yugoslavia, en 1960; en Bolonia en, 1962; Atenas, en 1963; la de Lyon Francia, en 1969. La ideología (grupo) Bourbaki fue decisiva. Esta tenía como premisas filosóficas: 1) las matemáticas son conocimientos a priori; están al margen de la experiencia; no son empíricas; por eso, sus resultados no son verificables por la experiencia, sino por la razón; por eso, sus verdades no son aproximaciones, sino absolutas; por lo tanto, infalibles; 2) la deducción lógica se considera la esencia de la práctica matemática. Estas ideas estuvieron presentes en la época de los llamados Fundamentos de las matemáticas,

y se pueden detectar en el logicismo de Gottlob, Frege, Bertrand Rusell, el formalismo de David Hilbert y algunas de ellas en el mismo intuicionismo de Brouwer.

El lanzamiento del Sputnik, por los rusos, en 1957, urgió a la reforma de las matemáticas en U.S.A.. En Latinoamérica (LA), la preocupación de la modernización vino de los E.U.A. (libros de texto).

En 1966, en Lima, se celebró una segunda conferencia donde se elaboró el temario para toda la secundaria. En México, en 1972, se llevó a cabo la reforma en la escuela primaria, en la línea de la matemática moderna

En la segunda parte de la década de los setenta el proceso de formación de profesores de matemáticas en LA estuvo dominado por los paradigmas bourbakianos y las filosofías racionalistas, muchos de ellos ayudaron a crear, además, un distanciamiento entre las matemáticas y la educación matemática. Como ejemplo tenemos que, en 1976 la palabra aritmética es reestablecida como un símbolo de los nuevos tiempos (**regreso a los básicos**).

En Francia, en años recientes, ha aparecido un nuevo enfoque en el aprendizaje de las matemáticas llamado ingeniería didáctica en educación matemática, en éste, se consideran las matemáticas más como una actividad humana, histórica, cuya finalidad es la resolución de problemas. Ya no se trata de unas matemáticas estáticas, que se tienen que descubrir, sino de unas matemáticas que se construyen en función de las necesidades del individuo.

Desde hace tiempo, los métodos de enseñanza y los programas han estado inspirados por las experiencias en el aula y por las concepciones que sobre las matemáticas tienen los docentes. Bajo estas concepciones, hasta hace poco se consideraba a las matemáticas como un cuerpo de conocimientos acabados; por tanto, el papel de quienes elaboraban planes de estudio y el de los profesores consistía en diseñar estrategias de lo simple a lo complejo, que permitieran a los alumnos "asimilar" tales conocimientos, ignorando los procesos de aprendizaje de éstos.

La educación matemática ha estado, desde sus comienzos, en la intersección de una ciencia la matemática; y de una práctica, la enseñanza. En la actualidad, se ha abierto un campo de investigación nuevo, que ya no trata sólo de optimizar el proceso de enseñanza, sino de conocer la estructura, funcionamiento e interrelaciones de los

procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática (Luis Moreno Armella, 1996: 25-31).

Se parte de la idea de Bachelard: "para un espíritu científico todo conocimiento es una respuesta a una pregunta" (citado por Roland Charnay, 1994: 51-63). Así, muchas respuestas a preguntas se han traducido en otros tantos problemas (domésticos, de tierras, de crédito, de física, de astronomía, de enseñanza, etc.). La actividad de resolución de problemas está en el corazón mismo de la elaboración de la ciencia (Charnay, 1994; Halmos (1980) y Diudonne, citados por Luz Manuel Santos, 1992: 25-31).

Parece ser que una de las dificultades principales y, al mismo tiempo, uno de los objetivos esenciales de la enseñanza de las matemáticas es lograr que lo que se enseñe esté cargado de significado, es decir, que tenga sentido para los alumnos. Para G. Brousseau (citado por Charnay, 1994: 53) la construcción de la significación de un conocimiento debe ser considerada en dos niveles: a) "externo", es decir, el campo de utilización de este conocimiento como herramienta, reconociendo sus límites, y b) "interno", que se preocupa por él ¿Cómo y por qué funciona esta herramienta?.

Sólo haciendo aparecer las nociones matemáticas como herramientas para resolver problemas se puede llevar a los alumnos a construir el sentido de éstas, ya que, lo que da sentido a los conceptos o teorías son los problemas que ellos o ellas permiten resolver. Sólo después, estas herramientas podrán ser estudiadas por sí mismas, como objeto de conocimiento (R. Douady, 1995: 61-64). Es, principalmente, a través de la resolución de una serie de problemas elegidos por el docente como el alumno construye su saber, en interacción con los otros alumnos.

La resolución de problemas, no de simples ejercicios, interviene así desde el comienzo del aprendizaje. Piaget subraya el rol de la "acción" en la construcción de conceptos. Se trata, claro, de la actividad propia del alumno, una acción con una finalidad, problematizada; la elaboración de una estrategia, de un procedimiento que permite anticipar el resultado de una acción no realizada aún.

Sólo hay aprendizaje cuando el alumno percibe un problema para resolver, es decir, cuando reconoce el nuevo conocimiento como medio de respuesta a una pregunta. La actividad debe suponer un verdadero problema por resolver para el alumno utilizando los conocimientos anteriores. La validación debe venir de la situación misma (R. Charnay, 1994: 61).

La didáctica de las matemáticas, por ejemplo en Francia, se ha desarrollado prioritariamente como un campo de investigación independiente del campo de acción del sistema educativo. Ha concentrado su atención en los contenidos a enseñar, poniendo énfasis en las relaciones entre los profesores, los estudiantes y el contenido. Hay tres aproximaciones principales, complementarias entre sí y parcialmente articuladas (M. Artigue, et al, 1995: 68):

- Una aproximación "cognitiva" que gira alrededor de los trabajos de G. Vergnaud (teoría de los campos conceptuales).
- Una aproximación a través de los "saberes", que gira alrededor de los trabajos de Y. Chavallard (Transposición didáctica).
- Una aproximación a través de las "situaciones" que gira alrededor de los trabajos de G. Brousseau (contrato didáctico).

En los últimos años ha aparecido en Francia lo que se ha dado en llamar Ingeniería Didáctica, como una forma de trabajo didáctico para desarrollar un proyecto determinado. Se basa en los conocimientos científicos de su dominio con control científico, abordando problemas de los que la ciencia no quiere o no puede hacerse cargo (M. Artigue, R. Douady, L. Moreno y P. Gómez, 1995: 1-5). El problema que aborda es el de la acción y de los medios para la acción, sobre el sistema de enseñanza. Significa tanto producciones para la enseñanza, resultado de investigaciones que han utilizado metodologías externas a la clase, como una metodología de investigación específica (M. Artigue, 1995: 33-59), se diseña para provocar, de manera controlada, la evolución de las concepciones.

La metodología de la ingeniería didáctica se basa en un control a priori de las situaciones del proceso experimental, buscando precisar las posibilidades que se han seleccionado, los valores de las variables didácticas que se producen y el sentido que pueden tener los comportamientos previstos. En el análisis a posteriori, se compara la realización efectiva y se busca lo que rechazan o confirman las hipótesis.

El planteamiento de un problema es un paso de una ingeniería didáctica (Regine Douady, 1995: 61-64), ésta designa un conjunto de secuencias de clase concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo, de manera coherente, por un profesor-ingeniero, con el fin de desarrollar un proyecto de aprendizaje para una población de alumnos determinada. El proyecto evoluciona bajo las reacciones de los alumnos y en función de las decisiones del profesor. Así, la ingeniería didáctica es, a la vez, producto resultante

de un análisis a priori, y un proceso en el transcurso del cual el profesor aplica el producto, adaptándolo a la dinámica de la clase. Finalmente, el saber matemático implica dos aspectos: herramienta, para resolver la situación-problema planteada, y objeto (de conocimiento), que queda en la mente del alumno como resultado de las experiencias vividas (estructuras cognitivas, desde el punto de vista de Piaget).

Para un profesor, enseñar matemáticas debe implicar la creación de condiciones que produzcan la apropiación del conocimiento por parte de los estudiantes. El trabajo del profesor consistirá, pues, en seleccionar formas de presentación del conocimiento aceptables para los estudiantes y eficaces con relación al objetivo de aprendizaje.

Para un estudiante, aprender significa involucrarse en una actividad intelectual cuya consecuencia final es la disponibilidad de un conocimiento con su doble status: herramienta y objeto.

La ingeniería didáctica permite organizar el trabajo alrededor de problemas que dan significado a las nociones matemáticas implicadas. El profesor tiene que organizar la transformación de las herramientas a objetos y viceversa (Transposición Didáctica). El objetivo es que los estudiantes se apropien del conocimiento.

Para que haya enseñanza y aprendizaje, es necesario que el conocimiento sea un objeto importante, casi esencial de la interacción entre el profesor y sus alumnos, es decir, que el conocimiento sea una manifestación importante de los "juegos" de la escuela. Sin embargo, el profesor debe asegurarse que sus alumnos dispongan de un mínimo de herramientas para hacer lo que sienten que vale la pena hacer. Esto les permitirá asumir el papel de actores, no de simples ejecutores, buscando que el alumno entre al juego de la devolución (G. Brousseau, 1990, citado por R. Douady, 1995: 68):

"La devolución es el acto por el cual el profesor hace que el alumno acepte la responsabilidad de una situación de aprendizaje (a-didacta) o de un problema, y acepta él mismo las consecuencias de esta transferencia".

Es impostergable que las relaciones de los estudiantes con las matemáticas tomen un significado diferente; la ingeniería didáctica permite organizar el trabajo alrededor de problemas que dan significado a las nociones matemáticas implicadas.

En la práctica tradicional, la enseñanza de las matemáticas, de los signos matemáticos y de las reglas para combinarlos ha ocupado un lugar privilegiado sobre el desarrollo de la capacidad para resolver problemas, pero, paradójicamente, se concibe a la resolución de

problemas como el objetivo fundamental del aprendizaje matemático. Por ejemplo, los profesores enseñan primero el algoritmo de la suma y, una vez que los niños muestran cierto dominio sobre él, se "les muestra" cómo se utiliza la suma en la resolución de problemas que implican esta operación. El enfoque metodológico que se propone en los planes y programas actuales (de 1993) ubica a los problemas como el punto central y de partida del aprendizaje (Irma Fuenlabrada, 1996: 1-6), sin embargo, todavía hay muchos docentes que siguen haciendo lo contrario: enseñan primero el algoritmo y luego plantean problemas, así como ellos aprendieron.

II.5.- ¿Número o concepto de número?

Podemos afirmar que el concepto de número es uno de los instrumentos más útiles que ha construido el hombre ante la necesidad de resolver muchas de las situaciones problemáticas que se le han venido presentando a través de la historia de la humanidad, pues, está presente en casi todas las actividades cotidianas de todos los seres humanos. Este concepto, el de número, es, también, el más importante de los conceptos matemáticos enseñados en la escuela primaria (Gérard Vergnaud, 1991: 101), ya que éste nos "acompaña" durante toda nuestra vida, siendo paradójico el que siendo tan "vital" para nuestra supervivencia en el ámbito escolar, y aún en nuestra vida cotidiana represente en aquél un grave problema de aprendizaje.

La necesidad de encontrar una forma de lograr que este concepto se aprenda en preescolar o, cuando mucho en primaria, ha hecho que muchos matemáticos, pedagogos, psicólogos, didactas, sociólogos, epistemólogos y filósofos busquen una manera efectiva de lograrlo. Sin embargo, hasta este momento no está nada claro cuál es la mejor manera de enseñar los conceptos matemáticos como el de número (por ejemplo (Lauren B. Resnick y Wendy Ford, 1990: 128-155).

Para empezar, las concepciones sobre la matemática desde el punto de vista del psicólogo y desde el punto de vista del matemático, no son necesariamente las mismas. Podemos ver en los distintos niveles educativos, docentes con diferente formación, cuyas concepciones sobre la matemática también son diferentes. Estas pueden ir desde concebir a la matemática como la mera resolución de cuentas (algoritmos), hasta considerarla como un instrumento en proceso de construcción permanente, que nos permite, a través de la resolución de problemas, el conocimiento y transformación de nuestro (mundo) medio, a partir de nuestras necesidades e intereses.

En relación al concepto de número, o del número solamente, los enfoques teóricos que establecen como requisitos previos para la construcción del concepto de número o la apropiación del número, por parte del niño, la construcción de estructuras lógicas o el conteo respectivamente, presentan implicaciones educativas sustancialmente distintas. Según el primero, la enseñanza de la matemática debe propiciar, en primer lugar, el desarrollo de nociones y conceptos lógicos. Según el segundo, la instrucción inicial debe centrarse directamente en el desarrollo de técnicas y conceptos específicos para contar y estimular su aplicación (Baroody, 1988: 107-125).

La cuestión es, pues, si la enseñanza del número debe impartirse sobre la base de unos conceptos lógicos básicos o, informalmente, mediante el conteo.

El enfoque teórico que establece el desarrollo de esquemas lógicos como requisito previo para la construcción del concepto de número tiene como principal exponente a Jean Piaget, para quien esta construcción se efectúa en estrecha relación con las seriaciones e inclusiones de clases. Piaget afirma que no debe creerse que un niño posee el concepto de número por el simple hecho de que haya aprendido a contar verbalmente. Para esto habrá que esperar que los niños lleguen al nivel operatorio del manejo del número construyendo la conservación de los conjuntos numéricos.

Según este enfoque, el número no procede simplemente de una correspondencia, punto por punto, entre dos clases de conjuntos. Hay dos clases de correspondencias: las correspondencias cualificadas, fundadas en la semejanza de los elementos (Una nariz para una nariz, una frente para una frente) y las correspondencias "cualesquiera" o "uno a uno". Estas últimas conducen por sí solas al número, ya que, implican la unidad numérica: el número resulta, ante todo, de una abstracción de las cualidades diferenciales que tiene por resultado hacer cada elemento individual equivalente a cada uno de los otros: $1=1=1$, etc. A partir de esto, podemos hacer las inclusiones: $1 < (1+1) < (1+1+1)$, etc.. Estas inclusiones son, al mismo tiempo, seriables. El número aparece, así, constituyendo simplemente una síntesis de la seriación y de la inclusión $\{[(1)+1]+1\}$, etc. Aquí aparece una ligazón estrecha con esos dos agrupamientos, pero, como síntesis original y nueva.

En el otro enfoque teórico, se considera al conteo como esencial. Para Gelman, Zimiles, (Remi Brissiaud, 1993: 22-24); contar es la base para el desarrollo de la comprensión del número por parte del niño. Según estos investigadores, la apropiación para unos, la comprensión para otros, del número, evoluciona lentamente como resultado directo de las experiencias de las acciones de contar. Los aprendizajes numéricos y contar

significativamente se desarrollan gradualmente y son el resultado de aplicar técnicas de conteo y conceptos sofisticados.

Para psicólogos como Whowill y Lowe (1962), (citados por Baroody, 1988: 107-115) contar no significa tener éxito en tareas de conservación y concluyen que la experiencia de contar tiene poco o nada que ver con el desarrollo de un concepto numérico. Por lo contrario, para otros, un análisis del desarrollo del número es psicológicamente incompleto si no se tienen en cuenta las actividades de contar.

Además de los ya mencionados, podemos mencionar a los siguientes investigadores, los que a partir de sus propios descubrimientos han adoptado una postura, ya cargada hacia uno de estos enfoques o bien hacia el otro:

Por ejemplo, para Constance Kamii, (1982: 315-319), (Delia Lerner, (1977: 15-60), M. Nemirovsky y Carvajal (1983: 25-35), el número es una relación creada mentalmente por cada sujeto y es producto de la síntesis de la seriación y la clasificación.

Para Ed. Labinovsky (1982: 96-110), el conteo es un proceso que el niño va construyendo gradualmente en estrecha relación con el lenguaje cultural de su entorno.

Baroody (1988: 107-126) adopta una postura que intenta rescatar lo más importante de una y otra tendencia, aunque un poco cargada al conteo y menciona que la capacidad para contar de palabra o enumerar no implica necesariamente una comprensión del número. Para él el desarrollo de técnicas y de conceptos está entrelazado.

Encarnación Castro, Luis Rico y Enrique Castro (1995: 1-11), parten, ya, de considerar que la enseñanza que se desarrolle teniendo en cuenta uno u otro de los dos enfoques (la construcción del concepto o la apropiación del número), será distinta. Los seguidores del primero de los enfoques, propondrán al niño actividades que le ayuden en el desarrollo de sus capacidades lógicas y pospondrán las tareas de contar. Los seguidores del segundo, centrarán la atención en actividades que desarrollen técnicas de contar y tareas que fomenten su aplicación. Para los primeros la enseñanza del número habrá de hacerse formalmente sobre una base lógica, para los otros habrá de hacerse de manera informal, contando.

Marie-Lise Peltier (1995: 31-43), al igual que E. Castro *et al.*, hace una síntesis de las dos posturas, aunque parece estar cargada hacia el conteo, pues, para ella, las actividades de enumeración son básicas. Afirma que el hecho de poner a contar al niño

antes de que logre la conservación de cantidades, conlleva un importante mejoramiento en la conservación de las mismas. Para ella, el entrenamiento en actividades numéricas introduce progresos a la vez en el campo numérico y en las actividades lógicas, mientras que un entrenamiento en las actividades de seriación y clasificación no implica un mejoramiento sino en este sector (el lógico) y no en lo numérico. Su postura en lo didáctico es constructivista (con aprendizajes significativos a través de la resolución de problemas), aunque insiste en la repetición y el entrenamiento.

Sin embargo, sí ha habido matemáticos, Hans Freudenthal (HF) (1996: 28-36), es uno de ellos, quien interesándose en la educación matemática de la edad temprana, haciendo del aprendizaje y la enseñanza su materia de reflexión y estudio, ha hecho aportaciones importantísimas a este concepto matemático, el de número. HF, se puede decir, que a partir de su preocupación por el aprendizaje de las matemáticas, se ha movido en los dos enfoques ya mencionados, reconociendo, por ejemplo, las aportaciones de Piaget en la construcción del concepto de número, (rechazadas por él en algún momento). Precisamente, este matemático fue uno de los primeros en considerar que hay una diferencia entre "concepto numérico " y "concepto de número". Estas son algunas de la ideas producto del pensamiento de HF:

"Los números aparecen en los textos más antiguos de la humanidad. Los chicos pueden dominar ya números pequeños desde una temprana edad en su desarrollo, con frecuencia, antes que colores o cláusulas relativas. Saben que cierto número de cosas es cuatro, sin contarlas, sino simplemente observándolas. Después de poco, se produce un milagro, pues, resulta que han dominado toda la sucesión infinita de números. Este conteo requiere un proceso de matematización: primero algunos numerales, pedacitos de la sucesión de conteo, no en el orden correcto, y con saltos (...). Gradualmente, aprenden a contar hasta diez como debe ser y después siguen más allá del diez hasta el cien (...). Pero, en muchos casos, esto no necesariamente implica que un niño pueda contar algunos números con este conocimiento. El conteo resultante requiere de un nuevo proceso de aprendizaje, que ligue los cardinales con los ordinales(...). ¿Es posible determinar los números sin contar? Sí, en algunos casos se puede trabajar con los números cardinales sin contar. Pueden compararse dos conjuntos, considerando sus números(...). Con poca práctica, a través del mapeo también puede determinarse si un número es mayor (o menor) que otro. En la historia de las matemáticas no se habían tomado en serio los números cardinales sino hasta recientemente (...), Cantor (...) llegó a la equipotencia de conjuntos a través de la correspondencia uno a uno y consideró clases (equivalentes) de conjuntos equivalentes, y así definió los cardinales. Con esta base,

podieron definirse las operaciones y pudieron demostrarse las leyes de conmutatividad, asociatividad y distributividad (...). Lo anterior, fue suficiente para persuadir a los seguidores de las Nuevas Matemáticas a comenzar la educación en aritmética con los números cardinales. Estaba cerca del concepto de número de las "matemáticas de verdad" y encajaba en el concepto de número de la vida diaria de los niños. El conteo que solía ser la puerta natural a la aritmética fue desterrado: un error didáctico que sólo después se reconocería y aceptaría como tal.

Sin embargo, la idea de que se permanecía "cerca de la matemática moderna" con los números cardinales también estaba equivocada desde un punto de vista matemático, pues Cantor no estaba interesado en los números naturales o en conjuntos finitos, sino que quería dominar el infinito (...) la conclusión es que, sea lo que uno haga, hablando matemáticamente, la sucesión natural de los números deberá simplemente aceptarse en algún momento. Lo cual también es verdad desde un punto de vista psicológico, didáctico (...)” (Hans Freudenthal, 1996).

Más tarde, elaboró en diversos lugares y para diferentes lectores la (fenomenología) didáctica del número natural (...) en donde comienza con una fenomenología (la entrada matemática histórica) y, subsecuentemente, pone a prueba esta fenomenología didáctica (la entrada psicológica didáctica). Una novedad consistió en el modificado punto de vista de HF sobre el fenómeno de la "conservación". Anteriormente, había descrito este invento de Piaget como "artificialmente creado". Pero ahora, lo consideraba seriamente y aun le daba un lugar en su análisis fenomenológico.

Capítulo III.- Marco Teórico

III. 1.- Teorías del aprendizaje.

La matemática, a través de los siglos, paralelamente, ha sido creada y empleada de muy diversas maneras. En determinados momentos, ha sido un instrumento de control; en otros, un medio de acercamiento a una vida más profundamente humana; incluso un acercamiento a la divinidad. Fue empleada como un elemento disciplinador del pensamiento (Edad Media). En nuestra época, se ha convertido en una herramienta indispensable en la exploración del universo y en el logro de muchas de las comodidades de que disfrutamos en nuestros hogares a través de la matemática aplicada, léase tecnología. Para algunos, es una guía del pensamiento filosófico y ha llagado a ser hasta un instrumento de creación de belleza y de entretenimiento.

Por otro lado, la historia nos muestra que la matemática es una ciencia dinámica y evolucionista, tanto en sus contenidos como en su metodología ha hecho adaptaciones importantes, como producto que es, de la interacción continua de la mente con la realidad. Esto hace de la matemática una actividad compleja.

Conjuntamente con todo esto, tenemos un problema (educativo); cuando necesitamos que esa matemática, como conocimiento, pueda conservarse (lo que no podrá hacerse eternamente) no sólo en las mentes de sus creadores, sino de hacerse llegar a todos los seres humanos, se presenta el problema: ¿Cómo lograr que todos puedan hacer uso de ese conocimiento matemático, como patrimonio de la humanidad que es?. Se presenta, pues, el problema, de tipo socio-educativo de ¿cómo hacer llegar a todos ese conocimiento?, ¿Éste, se crea o se descubre? (ver Miguel de Guzmán, 1999: 18), ¿Se puede transmitir este conocimiento como algo dado independientemente del sujeto que conoce?.

Son muchas las cuestiones que giran alrededor de este tema; éstas no son de ahora sino que, desde la antigüedad (s. VI a.c., aproximadamente) se han planteado: ¿Cómo lograr que el conocimiento que ya se tiene pueda hacerse llegar a otros de la mejor manera?. No está nada claro cuál es esa mejor manera de “enseñar” los conceptos matemáticos y las habilidades de resolución de problemas (Resnick, 1990: 128-155). Existen distintas teorías sobre el aprendizaje, con implicaciones educativas muy diferentes. Por eso, tal vez sea pertinente lo que propone Baroody (A. Baroody, 1988: 19-31): que los profesores apoyen sus acciones (de enseñanza, la parte que les corresponde en el proceso educativo) en la teoría más sólida que tengan a su alcance. Los procesos de pensamiento de los profesores (sus concepciones sobre la enseñanza) influyen sustancialmente en su forma de proceder, incluso la determinan (Merlin C. Wittrock, 1990: 443-539), pudiendo llegar a proyectarse como actitudes positivas en vías de lograr excelentes aprendizajes.

La investigación de las posibles y diferentes formas de pensar de los docentes es inaplazable (FERENCE Marton, 1999: 3), esto permitirá comprender qué es lo que hace que el proceso de la enseñanza (considerada como la parte de la que es responsable el docente, dentro del proceso educativo) sea específicamente humano. Además, es importante porque lo que los docentes planean y llevan a la práctica en sus aulas es consecuencia de lo que piensan: “los procesos de pensamiento de los docentes ocurren ‘en la cabeza de los docentes’ y no son observables” (Clark Christopher y Penelope L. Peterson, 1990: 443-448).

Enseñar se considera, desde la concepción que propone César Coll (1991: 16-21), la ayuda pedagógica prestada al proceso de construcción, o reconstrucción, compartido que realizan alumnos y profesor, en torno a unos saberes o formas culturales preexistentes en cierto modo al propio proceso de construcción. Esta ayuda también se considera un proceso.

El conocimiento de cómo podemos los docentes mejorar los aprendizajes (en este caso de las matemáticas), a decir de César Coll (1991: 20), es todavía muy limitado. Sin embargo, se siguen haciendo investigaciones en ese tenor.

De acuerdo con Ángel Pérez Gómez (1992: 34-62), en relación con teorías de aprendizaje (en general), podemos identificar dos amplios enfoques con sus diferentes corrientes: Teorías asociacionista y Teorías Mediacionales. Por su parte, Howard Ferh (1985: 105-147) nos ofrece una visión de algunas teorías de aprendizaje relacionadas directamente con el campo de las matemáticas. En algunos aspectos ambos autores coinciden:

El Conductismo.

Ángel Pérez Gómez lo llama, junto con el conexionismo, teorías asociacionistas (por lo del condicionamiento clásico y del condicionamiento operante). Howard Ferh (1985: 112) lo llama aprendizaje animal. El condicionamiento (E-R), como una teoría de aprendizaje, se deriva de las investigaciones sobre la conducta animal que se hicieron en laboratorios. Su principio fundamental, el condicionamiento, es considerado como un modelo de estímulo que está actuando en el momento de la respuesta, tiende a producir, en caso de darse, la misma respuesta. Por ejemplo, que ponga tres; luego, cuatro sillas en hilera. Al mismo tiempo, se enfrenta al niño con el estímulo $3+4$ y se da la respuesta: 7. Más tarde, cualquier patrón de estímulos similar a $3+4$ sirve para evocar al misma respuesta, a saber: 7.

Se pueden aprender respuestas que sean correctas e incorrectas y, en caso, dado bloquear la respuesta incorrecta. Para esto, los conductistas usan una *inhibición* asociativa. Por ejemplo, si un estudiante de álgebra dice $(a+b)=a + b$; el maestro desapruueba eso y dice-no, no, o las respuestas correctas a $+2ab + b$. La respuesta incorrecta será olvidada después de que se haya repetido lo suficiente.

Durante muchos años, la práctica educativa dominante ha estado inspirada por una psicología del aprendizaje derivada de estos principios. A pesar de los cursos de actualización, todavía hay docentes que utilizan el estímulo positivo o negativo (premio o castigo).

La crítica más dura al conductismo se hace a las posiciones epistemológicas que sustentan estas teorías: el objeto de conocimiento es más importante que el sujeto que conoce. Sus posiciones teóricas de **CAJA NEGRA** limitan el análisis a lo observable (Pérez Gómez, 1992: 36; Frederick Erickson; 1989: 213). Se puede decir que sólo las conductas animales y las primeras formas de reacción del niño pueden ser explicadas satisfactoriamente por estas teorías (Howard Ferh, 1985: 120-148). La eficacia es el fin exclusivo de la acción didáctica de esta teoría, con objetivos al más bajo nivel de abstracción: la conducta observable.

El conductismo tiene como su cimiento para el aprendizaje:

- 1.- Formar y romper hábitos.
- 2.- La respuesta hacia un modelo de estímulos es condicionada.
- 3.- Las nuevas respuestas son el resultado de estímulos en conflicto e inhibitorios.
- 4.- La repetición es la forma de aprender.
- 5.- Se aprende a partir de señales apropiadas, que funcionan como estímulo para la acción deseada (Ferh, 1985: 114).

Sus principales exponentes son Skinner, Pavlov, Watson y Guthrie.

El Conexionismo.

Según Ferh (1985: 115), paralelamente a la maduración del organismo, éste desarrolla conexiones (hábitos y habilidades) que deben ser practicados para que lleguen a ser permanentes. Uno de sus supuestos más importantes es que, mientras más difíciles sean los problemas que se les planteen a los alumnos, éstos desarrollarán mejor sus capacidades para aprender matemáticas. Lo que más estimula los aprendizajes es la recompensa dada por el éxito. Las primeras experiencias que un alumno tiene en matemáticas debería ser suficientemente sencillas para asegurar resultados satisfactorios, acompañados de una recompensa que sirva de aliento o de elogio. Hay que comenzar bien y practicar.

Por ejemplo, si queremos que el alumno aprenda que $a - b = (a - b)(a + b)$, se enseñará como un aprendizaje dado en diferentes situaciones que involucren como elemento común a: $a - b$, pero siempre con la misma respuesta $(a - b)(a + b)$, por lo que cuando aparezca un triángulo rectángulo con r como hipotenusa y tomando a x como uno de sus catetos, la situación $r - x$ deberá traer a la memoria a $(r - x)(r + x)$ como el valor del cateto faltante.

Si se desea que los niños aprendan a sumar fracciones $a/b + c/d$, debe analizarse cada uno de los pasos involucrados- encontrar los denominadores comunes, cambiar las fracciones a denominadores comunes; luego, aplicar la regla de adición de fracciones con denominadores iguales (sumar los numeradores); después, practique el proceso hasta que lo domine. Esta es la forma en que la mayoría de las matemáticas deben ser enseñadas.

Por último, enseñar problemas en esta corriente es reducir a un método que conste de pasos a seguir en una sucesión propia: primer paso, leer el problema; segundo paso, identificar los datos; tercer paso ... así sucesivamente; de esta manera, si tiene destreza, lo conducirá automáticamente a la solución del problema.

Principales características de esta teoría de aprendizaje:

- 1.- Examinar situaciones similares anteriores para encontrar una respuesta particular que se haya previamente trabajado.
- 2.- La prueba y el error (evitar las respuestas erróneas).
- 3.- Cada situación compleja debe ser descompuesta en una serie de elementos simples que estén arreglados en un orden secuencial. Cada uno de estos elementos se trabaja por separado hasta que se domina. El conjunto seriado de elementos que se han dominado forman el todo.
- 4.- Después que ha obtenido la solución completa, repita y practique hasta que la solución esté suficientemente reforzada (condicionada) para una posterior consulta.
- 5.- Se debe recompensar el aprendizaje exitoso (Ferh, 1985: 118).

Teorías del Campo.

En relación a la habilidad para resolver problemas, las teorías del campo difieren mucho de otras teorías de aprendizaje. En la teoría del condicionamiento, el límite del

aprendizaje está dado por las capacidades del organismo. En la teoría de la Gestalt, la capacidad se incrementa (se modifica) a través del entrenamiento. Hay una parte del conocimiento matemático que, sin importar la capacidad del alumno, nunca se podrá adquirir sin una previa experiencia simbólica, física y lingüística. Cuando se adquiere dicha experiencia la habilidad surge (Ferh, 1985: 120).

Experimentar una situación y luego entenderla exige un estudio del conjunto de la situación. Es sólo en la medida en que se perciba la relación de una parte con el todo que la solución de un problema puede emerger, y que dicha solución sea permanente. Este es uno de los principios fundamentales de La Teoría del Campo: siempre tener como respuesta el considerar la totalidad de la situación. Lo importante no es el número de hechos que conozca de la situación, sino el grado de conexión que haya en todas las formas posibles, entre los hechos y la totalidad de la situación.

En la teoría del campo, las palabras configuración o gestalt (forma) se usan continuamente. Por esta razón, la psicología que usa la teoría del campo es conocida como gestalt.

Según Ángel Pérez Gómez (1992: 34-62), la Gestalt o Teoría del Campo es una reacción contra la orientación mecánica y atomista del conductismo. Según ésta, el individuo no reacciona de forma ciega y automática a los estímulos y presiones del mundo objetivo; reacciona a la realidad tal como la percibe subjetivamente. Dentro de su riqueza didáctica, tiene algunos puntos débiles:

- Descuida la verificación empírica.
- El aprendizaje se da por percepción.
- Descalifica todos los descubrimientos de la investigación analítica.

Las múltiples investigaciones de la psicología del campo explican el aprendizaje a través de las siguientes características:

- 1.- Los conocimientos iniciales se tienen por medio de la experiencia (experimentos físicos y mentales de métodos constructivos); no a través de definiciones. Los aspectos dinámicos de los eventos son los que ayudan al conocimiento. Cualquier cosa que deba aprenderse debe tener sus raíces en alguna situación interesante que tenga una problemática de actualidad.
- 2.- Todas las partes relacionadas con la situación cognitiva deben centrarse en ver al problema como un todo.

3.- El análisis y la obtención de las relaciones de las partes con el todo y del todo con las partes, el recuerdo de anteriores patrones de conocimiento y la combinación de los elementos dados, permiten la reestructuración de éstos en un nuevo patrón. Cuando esto ocurre el estudiante ha logrado la cognición. El análisis y la cognición son los que dan sentido a la aritmética, el álgebra y a la geometría.

4.- Después de la cognición, el estudiante practica la solución para perfeccionar y clarificar el conocimiento nuevo (estructura). Mientras más formado y sistematizado sea el conocimiento, será más difícil olvidarlo.

5.- Una totalidad (configuración) siempre es una parte de una totalidad mayor. Las relaciones en una configuración: triángulos congruentes, aparecen y son generalizadas en configuraciones posteriores por ejemplo: triángulos semejantes (Ferh, 1985: 144).

El Constructivismo.

Desde hace tiempo (casi todo este siglo), los métodos de enseñanza y los programas han estado inspirados por las experiencias en el aula (empirismo) y por las concepciones que sobre las matemáticas tienen los docentes. Casi siempre estas concepciones han considerado a las matemáticas como un cuerpo de conocimientos acabados, por tanto, el papel de los elaboradores de planes de estudio (curriculum) y el papel de los profesores consisten en diseñar estrategias de lo simple a lo complejo, que permitan a los estudiantes “asimilar” tales conocimientos, olvidando organizar las actividades, considerando los procesos de aprendizaje del estudiante.

Se ha abierto un campo de investigación nuevo que ya no trata sólo de optimizar el proceso de enseñanza, sino de conocer la estructura, funcionamiento e interrelaciones de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

El constructivismo es una alternativa al apriorismo y al empirismo predominantes en las prácticas que descansan en las teorías del conductismo, del conexionismo y de la gestalt. Se centra sobre el desarrollo cognitivo o conceptual, interno de la mente (Sierpinska y Lerman, 1996: 827-876).

Se puede decir, pues, que el Constructivismo es más una posición epistemológica, una manera de explicar cómo el ser humano, a lo largo de su vida, va desarrollando lo que llamamos inteligencia y va conformando sus conocimientos (Victor Larios Osorio, 1998a: 1).

Según Jeremy Kilpatrick (citado por Victor Larios, 1998a: 1), el constructivismo basa sus resultados en estas dos premisas:

- “El conocimiento es activamente construido por el sujeto cognoscente, no pasivamente recibido del entorno.
- Llegar a conocer es un proceso adaptativo que organiza el mundo experiencial de uno; no se descubre un independiente y preexistente mundo fuera de la mente del conocedor”

Sin embargo, el mundo existe aún sin el ser cognoscente, pues, como dice Vergnaud (citado por Victor Larios, 1998a: 1), una cosa es que, durante el proceso de conocimiento el ser humano adapte sus estructuras mentales a sus propios referentes que tiene y otra cosa es afirmar que todo lo inventamos nosotros. Sin embargo, algo que nadie podrá negar es que, para este ser cognoscente, sólo existirá el mundo cuando lo conozca.

Todo esto puede quedar claro con lo que dice Moreno Armella (citado por Víctor Larios, 1998a: 1): El Constructivismo no estudia la realidad, sino la construcción de la realidad.

La psicología todavía no puede ofrecer una explicación global de los procesos educativos en general, ni de los procesos escolares de enseñanza y aprendizaje en particular, suficientemente articulada, precisa y con sólidos apoyos empíricos, que goce de amplio consenso y aceptación más allá de las tradiciones, enfoques y escuelas de pensamiento. Se tiene que renunciar definitivamente a las elevadas expectativas que se han tenido y se siguen teniendo desde la educación respecto de las aportaciones de la psicología (César Coll, 1991: 11-13).

En este enfoque se concibe el aprendizaje como un proceso de construcción del conocimiento y la enseñanza como una ayuda a este proceso de construcción. Los principios constructivistas abren una nueva vía para abordar el tema de las relaciones entre el conocimiento psicológico y la teoría y la práctica educativa (César Coll, 1991: 16)

Hay algunos riesgos que se corren en este intento de integración: los reduccionismos, los eclecticismos y los riesgos de utilidades dogmáticas. La única forma de enfrentar estos riesgos consiste en mantener las reservas necesarias, pues, el constructivismo, como dijimos más arriba, sigue siendo más una convergencia de principios explicativos, abierta a matizaciones, ampliaciones y correcciones, que una teoría en sentido estricto de los procesos de enseñanza-aprendizaje. A estas reservas añadimos algunas preocupaciones: tanto la reflexión sobre los principios constructivistas de la enseñanza-aprendizaje sobre la naturaleza y las funciones de la educación escolar; la renuncia a la aspiración a todas luces excesiva, desorbitada y esencialmente errónea, de considerar estas aportaciones como la plataforma científica única y suficiente de la educación; como el intento de integración de estas aportaciones con las que tienen origen en otras disciplinas o ámbitos de conocimiento que proporcionan visiones complementarias, pero igualmente necesarias, de los procesos educativos (Coll, 1991: 11-13).

Algunas de las limitaciones actuales del constructivismo se refieren a cómo los profesores pueden contribuir con su acción educativa a que los alumnos puedan aprender más y mejor.

En la perspectiva constructivista el aprendizaje se da en términos de que es el mismo alumno quien construye los significados y atribuye sentido a lo que aprende; nadie, ni siquiera el profesor, puede sustituirlo en ese cometido.

Ya no es posible limitar el papel del profesor a la organización de actividades y situaciones de aprendizaje, sino aceptar que su misión consiste en conectar los conocimientos de los alumnos con los del currículum. La construcción del conocimiento en la escuela debe verse más como un proceso de construcción compartido por profesores y alumnos en torno a unos saberes preexistentes. Ya no debemos concebir sólo al aprendizaje como un proceso, también la enseñanza, como ayuda pedagógica, lo es (Coll, 1991: 16-18).

**No existe una metodología didáctica constructivista;
que hay es una estrategia didáctica general de naturaleza
constructivista (César Coll, 1991: 20)**

lo

Parece ser que, ante los problemas de aprendizaje de las matemáticas que permean en todos los niveles de todos los sistemas educativos, se encuentra un factor que, hasta ahora, ha sido determinante para que esto se dé: el docente; porque el problema de fondo no es sólo comprender cómo los alumnos construyen el conocimiento

matemático, sino, comprender mejor, cómo los profesores pueden influir sobre este proceso de construcción: ¿Cómo enseñar lo que se ha de construir?.

“Se puede y se debe enseñar a construir” y “Si nadie puede suplir al alumno en su proceso de construcción personal, nada puede sustituir la ayuda que supone la intervención pedagógica para que esa construcción se realice” (Solé, citado por Coll, 1991: 19).

Teoría del procesamiento de la información.

Esta teoría, de la que no se sabe mucho de su existencia en ámbitos educativos, pone su énfasis en la adquisición, almacenamiento y utilización de la información. Profesa un conductismo metodológico en la exploración y evaluación de sus hipótesis. El psicólogo cognitista, con su modelo computarizado de la mente, representa al hombre como una máquina; emplea como puntos de referencia el input (entrada), estímulo y el output (salida), respuesta. Contribuyen a esta corriente la teoría cibernética, la lingüística, la percepción y los modelos de computador (M. J. Mahoney, 1982: 414-440). Sus referentes, a veces se solapan con la psicología cognitiva, aprendizaje verbal y memoria humana.

Dos son las características principales de esta corriente:

- El uso de la información como elemento básico en el aprendizaje, y
- El reconocimiento de procesos activos en ese aprendizaje.

Se dice que la información se adquiere y se transforma en códigos complejos. Ésta es almacenada hasta que es recuperada y utilizada al actuar.

Esta corriente del procesamiento de la información es en alto grado mediacional; o sea que, entre el input y el output suceden muchas cosas; por ejemplo, intenta dar cuenta, paso a paso, de los actos cognitivos (G. Brown y G. Desforges, 1979: 168-172), por eso, de acuerdo con Miller, Galanter y Pribam (citados por Mahoney, 1982: 414-440), esta perspectiva ofrece una alternativa favorable a las concepciones estímulo-respuesta del hombre. En este modelo, se pregunta qué variables instruccionales son importantes para determinar el resultado del aprendizaje (Mayer, 1975: 525-541)).

De acuerdo con Jorge Antonio Cázares Solórzano (1993), la investigación en el campo de las matemáticas ha sido abordada desde dos enfoques teóricos distintos, pero complementarios: La Psicogenética (como parte de la teoría del constructivismo), del que ya hablamos, y la Teoría del Procesamiento de la Información. Orton (1990) (citado por Godino, 1991: 23), dice casi lo mismo, sólo que para él, en lugar de la Psicogenética es el enfoque constructivista

Así como la Psicogenética enfatiza la construcción de estructuras lógicas, como elemento fundamental en el desarrollo del concepto de número natural, la Teoría del Procesamiento de la Información destaca el “razonamiento cuantitativo” como antecedente esencial en la adquisición del número. Las habilidades en el conteo propician el desarrollo del razonamiento cuantitativo.

A pesar de que la Teoría Psicogenética, por un lado, y la Teoría del Procesamiento de la Información, por otro, se autolegitiman ser las “verdaderas” favorecedoras de la construcción del concepto de número, algunos investigadores como Baroody (1988: 107-129); Labinowics (1982: 60-85); Marie-Lise Peltier (1995: 31-43); Encarnación Castro, Luis Rico y Enrique Castro (1995: 1-11); y hasta Hans Freudental (1996: 28-36), consideran que ambas teorías (complementándose) permiten la construcción de los primeros conocimientos relacionados con los significados y concepto del número natural (J. Antonio Cázares, 1993: 46-64).

Didáctica Fundamental. Hacia una teoría de la didáctica de las matemáticas.

Las teorías científicas no pueden ser realizaciones individuales hechos aislados; debe haber una comunidad de personas entre un acuerdo al menos implícito, sobre los problemas los procedimientos aceptables para ni las que exista significativos de investigación y plantearlos y resolverlos (Godino, 1991: 12).

Necesitamos construir teorías de carácter fundamental, específicas del contenido matemático, que expliquen el funcionamiento del sistema desde la perspectiva del saber puesto en juego (Godino y Batanero, 1996: 2), dejando de lado las posturas psicologistas, de tipo general (Jean Brun, 1980: 135-137). Durante décadas, han sido especialistas al margen de las disciplinas que deben enseñarse, quienes determinan los

contenidos de los currículos, esto muchas veces ha llevado a resultados dramáticos en la apropiación de contenidos y un debilitamiento de la calidad de la educación. La enseñanza de las matemáticas sólo es posible si se conocen las matemáticas. La pedagogía en abstracto, de aplicación universal, o resulta trivial o, peor aún, puede llevar a grandes equívocos (Alberto Fernández, 1997b: 3).

Si embargo, también es importante reflexionar en lo que afirma Víctor Larios (1998b: 1). ¿Qué importa más en la labor del docente: la disciplina que imparte o la manera de enseñarla). Ahora sabemos que ambas; porque si echamos una mirada a lo que sucedió durante la llamada Reforma a la Educación Matemática, llevada a cabo en los sesentas, nos daremos cuenta que se hizo lo contrario (de lo criticado más arriba), se les dio todo el poder de decisión a maestros universitarios de matemáticas para elaborar los currículos de todos los niveles preuniversitarios y se creó una crisis en la Educación Matemática (ver Laura Resnick 1990: 128-133; Alberto Fernández Fernández, 1998a: 1-8 y b: 1-4).

Es necesario incluir, pues, en el trabajo docente, una determinada perspectiva teórica, filosófica e ideológica sobre el mundo, además de los saberes científicos y cotidianos, que le dé sentido a la intervención en el aula. Con esta idea, la perspectiva de epistemología de la complejidad de Edgar Morin (1994: 421-442), nos ofrece una visión diferente de cualquiera de las hasta ahora analizadas.

Dicha perspectiva es, ante todo, una actitud y un método, es decir, una búsqueda de las articulaciones e interdependencias entre los conocimientos, hasta ahora divididos y parcelados por la visión positivista de la ciencia. Morin (1994: 421-442) propone un cambio en nuestra forma de comprender el universo, una reorganización del saber y una nueva manera de dirigir la indagación sobre el mundo: una actitud abierta, antirreduccionista y relativizadora que no dé cabida al dogmatismo y al uso de recetas simplificadoras, que admita la existencia de incertidumbre, paradojas y contradicciones. Esto implica una búsqueda de nuevas maneras de formular y enfrentar los problemas, más que de nuevas verdades, que nos expliquen la realidad.

También supone la complementariedad de conceptos que el pensamiento positivista tiende a dicotomizar: orden-desorden, sujeto-objeto, unidad-diversidad, causa-efecto, estructura-función, apertura-cierre, científico-cotidiano, estabilidad-inestabilidad, etc.

En esencia, el principio de complementariedad evidencia la incapacidad humana de conocer y transformar la realidad con una sola perspectiva, punto de vista, enfoque,

óptica o abordaje, es decir, con un solo intento de captarla. La descripción más rica de cualquier entidad, sea física o humana, se lograría al integrar en un todo coherente y lógico los aportes de diferentes personas, filosofías, métodos y disciplinas.

El principio de complementariedad integra en un mismo marco conceptual, elementos que proceden de todos los campos disciplinarios: físico, biológico, social, tecnológico, etc. La adopción de esta perspectiva supone la elaboración de un marco teórico diferente, que se corresponde con un conocimiento transdisciplinar, es decir, con un sistema de ideas que adopta la forma de una cosmovisión, y que comprende unas categorías generales para entender al mundo. La elaboración de esta cosmovisión se plantea como un proceso de construcción social del conocimiento en el que el saber se construye a través de la reestructuración activa y continua de las ideas, proceso de interacción que concibe el aprendizaje como el resultado de la negociación de los significados y de la reflexión compartida.

Con estas ideas, y ante la persistencia de la problemática sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, cuestión que no ha podido ser resuelta con las aportaciones teóricas del conductismo, del conexionismo, de la gestalt, del constructivismo y del procesamiento de la información (Juan Godino, 1999: 3-4), convertida ésta, ya, en una problemática de actualidad y creciente a nivel nacional e internacional; han estado apareciendo, sobre todo en Francia, y últimamente en España y Colombia, algunas ideas en la línea de la construcción de lo que se ha dado en llamar Didáctica “Fundamental” de las Matemáticas.

Con el trabajo de Sierpinska (1996: 2-24), nos podemos dar cuenta de la diversidad de aproximaciones teóricas que se están desarrollando en la actualidad en educación matemática. Esta diversidad, a decir de Morin, es inevitable (pero, por otro lado, enriquecedora), pero el progreso en la disciplina y la potencialidad de sus aplicaciones prácticas exige aunar esfuerzos para identificar el núcleo firme de conceptos y métodos que a la larga, deberán cristalizar en un verdadero programa de investigación como propone Lakatos (citado por Sierpinska y Lerman, 1996: 6-7).

Una idea se hace cada vez más fuerte: construir teorías de carácter “fundamental” (Godino, 1991: 7, 12, 18, 21, 23, 24-31.), específicas del contenido matemático y los procesos de construcción y comunicación de los mismos, que expliquen el funcionamiento del sistema desde la perspectiva del saber puesto en juego.

Sabemos que, en la actualidad, la Didáctica de las Matemáticas, como campo de investigación, se encuentra en la confluencia de distintas disciplinas interesadas por algunos de los aspectos parciales de los procesos de la enseñanza aprendizaje de las matemáticas: Epistemología, Psicología, Antropología, Semiótica, etc. Ahora bien, sólo desde un marco teórico bien definido (como lo propone E. Morin, 1994: 421-442) se puede asumir la responsabilidad de articular las aportaciones de estas distintas disciplinas, y de identificar un núcleo, firme de conceptos y de problemas específicos. Pero, en estos momentos, estamos lejos de poder identificar ese núcleo firme de conceptos y métodos que permitan hablar de un paradigma de investigación consolidado.

La metodología didáctica que parece más adecuada para facilitar la construcción de conocimiento escolar, dentro de esta perspectiva, es la que se basa en la investigación del alumno, entendiendo dicha investigación como un proceso de tratamiento de problemas (Roland Charnay, 1994: 51-63) distinto al científico, en la medida en que está centrado en facilitar aprendizajes y no en explicar la realidad, empleando en el contexto escolar, no sólo los recursos procedimentales que ya existen en la ciencia (observación, experimentación), sino otros, generados en diferentes actividades humanas: teoría de los juegos, cálculo mental, uso de calculadoras y cuando sea posible computadora etc. (Eduardo García Díaz, 1995: 7-20).

En este sentido, las tendencias recientes en educación matemática Tymoczko (1986) (citado por Godino y Batanero, 1995: 16) y en la filosofía de las matemáticas (Ernest, 1991), junto con las teorías constructivistas del aprendizaje, apoyan un nuevo enfoque para la enseñanza de las matemáticas en el que se enfatizan las actividades de resolución de problemas, así como los procesos de formulación, comunicación y validación de los conocimientos matemáticos en el aula.

Para Brousseau (1984: 65-67), el trabajo del profesor se compara ahora al del investigador matemático, aunque la relación que debe mantenerse entre la teoría matemática y las aplicaciones se produce en sentido inverso a la de aquél: el investigador parte de problemas de la vida real o de la propia matemática para construir teoría, conceptos; al profesor, al contrario, se le encomienda la tarea de ayudar a los alumnos en la apropiación de las herramientas conceptuales y procedimentales matemáticas ya creadas, que los capaciten para resolver problemas en su futura vida profesional.

El profesor debe buscar y seleccionar, incluso inventar, situaciones problemáticas idóneas, que den sentido a los conocimientos de los cuales se pretende que el alumno aprenda, y le motiven a realizar una actividad de investigación personal. Todo esto en un complejo trabajo de ingeniería didáctica (Artigue, 1995: 36, 40), esto es, la elaboración de secuencias instruccionales basadas en teorías didácticas.

Como ya habíamos dicho, la complejidad de los problemas y situaciones que la educación matemática debe considerar y estudiar es tal que requiere de un enfoque sistémico, en el que, teniendo una visión holística, se puedan identificar los diferentes subsistemas involucrados y las interrelaciones entre éstos. Algunos de los subsistemas involucrados son: el sistema de enseñanza, los sistemas conceptuales, los sistemas didácticos, la noosfera y el entorno social, cultural, tecnológico y científico, teniendo en cuenta que la educación matemática es autorreferente: al mismo tiempo que estudia el sistema global, se transforma en parte de éste (Chevallard, 1985, citado por Godino, 1991: 28-30).

En la actualidad, coexisten tres niveles o escuelas: la tecnicista, la pluridisciplinar y la fundamental. Cada una de ellas tiene una concepción de la educación matemática, como disciplina, el tipo de problemas que abordan y su ubicación. Por ejemplo, la **concepción tecnicista** se preocupa de los nuevos medios y procedimientos de enseñanza e implica una didáctica normativa en la que caben la Ingeniería Didáctica y las técnicas empíricas; se preocupa de la elaboración de currículos, formación de profesores, problemas de aprendizaje, etc. La **concepción pluridisciplinar** concibe a la educación matemática como la intersección de una gran variedad de disciplinas: psicología, epistemología, sociología, lingüística, ciencia cognitiva, etc. Por último, la **concepción fundamental** busca una teoría unificadora que tenga en cuenta la especificidad del saber matemático y que se justifique y utilice métodos específicos y endógenos. Dentro de esta última concepción, la escuela francesa de la educación matemática intenta la construcción de una base teórica que permita una mejor comprensión e identifique las diversas posiciones, aspectos e intenciones que enfatizan las diferentes definiciones de educación matemática en uso, para analizar las relaciones entre estas posiciones y conjuntarlas en una comprensión del campo total (Godino, 1992: 1; Godino; 1999: 2-5)

El carácter reciente de investigación de la Didáctica de las Matemáticas y el hecho de que los fenómenos que estudia sean también de interés para otras ciencias y tecnologías hacen que se puedan distinguir diversas concepciones sobre la naturaleza epistemológica de la misma. Estas concepciones van desde aquellas que la reducen a un mero apéndice técnico de las ciencias de la educación hasta las que ven en la Didáctica

de la Matemática una disciplina científica específica, pasando por la concepción pluridisciplinar, que es tradicional y dominante, que la considera como una “ciencia aplicada” (Godino y Batanero, 1996: 1).

La Didáctica de las Matemáticas, como concepción matemática, principalmente en los países europeos, rechaza el reduccionismo de la concepción pluridisciplinar: el constructivismo, el conductismo, teorías del campo o gestalt, procesamiento de la información, aplicadas a la enseñanza aprendizaje de contenidos específicos son insuficientes. Esta posición es fuertemente apoyada por los investigadores franceses Brousseau y Chevallard, quienes consideran crucial el papel jugado por el saber en los procesos de enseñanza aprendizaje.

La complejidad del sistema global de la enseñanza de las matemáticas admite la descomposición en teoría, desarrollo y práctica.

Estos tres campos se interesan por lo mismo: el funcionamiento de los sistemas didácticos y, con estos, la mejora de la educación matemática; pero, individualmente, son distintos. Las hipótesis epistemológicas y psicológicas que sirven de punto de partida para la teoría desarrollada son:

a) Las matemáticas constituyen una actividad humana, que se interesa por la solución de situaciones problemáticas, referidas al mundo físico, social, o al propio campo de las matemáticas. En ésta hipótesis, se considera a las acciones de las personas la fuente genética de las conceptualizaciones matemáticas (constructivismo piagetiano).

b) Las matemáticas constituyen un lenguaje simbólico, en el que se expresan las situaciones-problema.

c) Las matemáticas constituyen un sistema conceptual, lógicamente organizado y socialmente compartido (Godino y Batanero, 1996: 9-10).

Esta síntesis del desarrollo de La Didáctica **Fundamental** de las Matemáticas, realizada principalmente en Francia, durante los últimos años, se ha desarrollado prioritariamente como un campo de investigación independiente del campo de acción del sistema educativo. Ha centrado su atención, como ya se había mencionado anteriormente, en los contenidos a enseñar (Michel Artigue, Regine Douady, Luis Moreno y Pedro Gómez, 1995). Además, presenta, como ya se ha dicho, caracteres diferenciales respecto a otros enfoques: concepción global de la enseñanza y estrechamente ligada a la matemática y a teorías específicas de aprendizaje y, además, búsqueda de paradigmas propios de

investigación, en una postura integradora entre los métodos cuantitativos y cualitativos (Godino, 1991: 21-31).

Esta línea tiene el interés de establecer un marco teórico original, como propone Morin (1994: 425-435), desarrollar sus propios conceptos y métodos, considerando las situaciones de enseñanza-aprendizaje globalmente. Los modelos desarrollados comprenden las dimensiones epistemológicas, sociales y cognitivas y procuran tener en cuenta la complejidad de las interacciones entre el saber, los alumnos y el profesor, dentro del contexto particular de la clase

Esta didáctica que se ha desarrollado en Francia, se caracteriza por su enfoque sistémico en relación con los fenómenos de la enseñanza, a los que caracteriza como sistemas abiertos al exterior en los que tienen lugar las relaciones entre los profesores, los alumnos y los contenidos a aprender. Hay tres aproximaciones principales, complementarias entre sí y parcialmente articuladas:

- Una aproximación “cognitiva” que gira alrededor de los trabajos de Gérard Vergnaud, llamada Teoría de los Campos Conceptuales.
- Una aproximación a través de los “saberes”, que gira alrededor de los trabajos de Yves Chevallard y su teoría llamada Transposición Didáctica.
- Una aproximación a través de las “situaciones”, que gira alrededor de los trabajos de Guy Brousseau, llamada Teoría de las Situaciones Didácticas. Esta aportación teórica, ha tenido la influencia más determinante. Un concepto central en esta aproximación es el de Contrato Didáctico, indispensable en el análisis del funcionamiento cognitivo (Godino, 1991: 24-30).

Tenemos también la metodología de la Ingeniería Didáctica, que se basa en un control apriori del proceso de las situaciones del proceso experimental, buscando precisar las posibilidades que se han seleccionado, los valores de las variables didácticas que se producen y el sentido que pueden tener los comportamientos previstos. En el análisis a posteriori se compara la realización efectiva y se busca lo que rechaza o confirma la hipótesis. En esta aproximación teórica, tendencia integradora del constructivismo y el socioculturalismo en la enseñanza de las matemáticas (Alberto Fernández Fernández, 1997: 4), el conocimiento es considerado como instrumento-objeto de conocimiento.

Por último, sólo mencionaremos que hay en la actualidad, a nivel mundial, tres grandes núcleos de investigadores: TME (Teoría de la Educación Matemática), PME (Psicología

de la Educación Matemática) y la ya mencionada Escuela Francesa de Didáctica de la Matemática (Godino, 1991: 14-31).

III.2.- La importancia de las concepciones epistemológicas de los docentes.

“Es imprescindible que se produzcan cambios significativos en los niveles de formulación de las concepciones de los profesores”
(André Giordan y Gérard de Vecchi, 1998: 110-119).

Las concepciones caracterizan las epistemologías por el “peso” que asignan al sujeto o, bien, al objeto de conocimiento, a la hora de la interacción; por ejemplo, para el empirismo, el sujeto es esencialmente pasivo en la relación $S \rightarrow O$, afirmando que el conocimiento tiene su origen en los datos perceptuales suministrados por el objeto. El conocimiento es un modelo-copia del objeto. Para el apriorismo (racionalismo), todo el peso lo lleva el sujeto. $S \leftarrow O$. En el constructivismo, la relación es dialéctica $S \leftrightarrow O$. Cada uno de ellos ejerce su influencia en el otro, transformándolo (Luis E. Moreno Armella, 1996: 5-23).

Desde hace 25 años, la comunidad matemática comparte, principalmente, el paradigma empírico-analítico, con el que se pretende explicar predecir o controlar unos fenómenos bien determinados y en el que los métodos cuantitativos tienen preferencia sobre los métodos cualitativos.

Durante la última década, se ha dado un movimiento importante hacia el paradigma interpretativo y el paradigma crítico, en el que se busca, ya sea comprender el significado de la enseñanza y el aprendizaje para los participantes en esas actividades (interpretativos) o mejorar la práctica misma e involucrar a los participantes (crítico). En estos paradigmas, las metodologías de tipo etnográfico y los métodos cualitativos han asumido mayor importancia.

De manera complementaria a estos tres paradigmas tradicionales ya, de investigación matemática, se puede identificar un cuarto paradigma: la escuela francesa. Ésta comunidad, con lenguaje, problemática y métodos propios, centra sus preocupaciones en varios principios, algunos de los cuales son los siguientes:

- La enseñanza de las matemáticas requiere de actividades irreductiblemente matemáticas.
- Ninguna conjunción de disciplinas: psicología, epistemología, antropología, etc. es suficiente para explicar esta parte irreductiblemente matemática de la enseñanza de las matemáticas.
- La teorización científica de estas actividades es posible (Godino, Batanero, Flores, 1998, pp. 1-2; Godino, 1999: 3-4).

Los investigadores franceses como Gérard Vergnaud (1981) (citado por Godino 1991:28-29), hacen lecturas diferentes de la obra de Jean Piaget. Por ejemplo, se discute la postura de Piaget en cuanto a que buscó caracterizar el desarrollo de instrumentos generales del pensamiento descuidando la adquisición de conocimientos escolares. Se interesó más en las estructuras de las etapas del desarrollo que en la evolución adaptativa de los conocimientos. Separó exageradamente el conocimiento físico del matemático, privilegiando las operaciones y las estructuras lógicas minimizando los contenidos del conocimiento físico y/o matemático.

Esto llevó a los franceses, como ya se ha dicho, a definir nuevos marcos teóricos tales como: campo conceptual, teorema factual, cálculo relacional, variables y efectos didácticos, sistemas de significantes, contrato didáctico.

Otras epistemologías enfocan su atención a aspectos del crecimiento del conocimiento más externos. Algunas, proponen una visión de las matemáticas que subrayan su semejanza con las ciencias naturales. Por ejemplo Kitcher (citado por Sierpinska, 1996: 5-6), llama “naturalista” a su epistemología. Lakatos habla de filosofía de las matemáticas “cuasi-empirista”.

El naturalismo de Kitcher tiene como uno de sus fines escaparse de las epistemologías fundacionalistas (aquéllas que se sustentan en diferentes disciplinas: psicología, sociología, etc.). Para éste, el modo en que se justifican los axiomas “es exactamente análogo” al modo en que un científico explicaría la introducción de una “nueva colección de principios teóricos, sobre las bases de que ellos pueden explicar los resultados logrados por los trabajadores del campo”. El conocimiento matemático es un producto histórico-social (Kitcher, citado por Sierpinska, 1996: 5-6).

Para Wittgenstein, la matemática es normativa, nos dice lo que debemos hacer, su objetividad está en los procesos de seguimiento de reglas, públicamente mostradas (citado por Sierpinska, 1996: 6).

El interés creciente en Popper, Lakatos, Kuhn y otros fue paralelo al crecimiento del trabajo investigativo y de resolución de problemas en las escuelas por los profesores en grupos tales como la Asociación de Profesores de Matemáticas del Reino Unido.

Tenemos los trabajos de Polya, Mason, Burton y Stacey (1984) y Schoenfeld (1985) (citados por Sierpinska, 1996: 7), que tratan de unir los contextos de descubrimiento y justificación.

Las tendencias recientes en filosofía de las matemáticas reconocen un triple carácter en esta disciplina: las matemáticas como quehacer humano (comprometido con la resolución de cierta problemática); como lenguaje simbólico; y como un sistema conceptual lógicamente organizado y socialmente compartido producto de la actividad de matematización (J. D. Godino, M. C. Batanero, V. Navarro-Pelayo, 1995: 3)

Cada vez se reconoce y se acepta más la importancia que tiene una postura epistemológica como fundamento en el que se apoyan las decisiones tomadas en relación con los distintos modelos de intervención, así como de las acciones, propiamente dichas, de los profesores en clase de matemáticas.

Si se acepta que los objetos matemáticos tienen una existencia idealista (tendencia Platónica), independiente del sujeto y de la realidad a la que se aplican, e incluso de la cultura, entonces quedaría justificada una intervención del docente basada en la presentación formal (simbolismo) de estos objetos, los cuales se aprenderían de memoria y mecánicamente. Las aplicaciones, los problemas matemáticos, serían un apéndice, un adorno. En gran medida, la práctica de la enseñanza de las matemáticas en los últimos años, ha estado dominada por esta concepción (Godino, Batanero, Navarro-Pelayo, 1995: 1).

En un sentido casi opuesto, hay otra tendencia que considera las matemáticas como una construcción humana, que surge como consecuencia de la necesidad y curiosidad del hombre por resolver cierta clase de problemas. Aquí tiene lugar una invención de los objetos matemáticos, a través de una negociación social. Estos objetos son falibles y sujetos a evolución, por lo que el aprendizaje y la enseñanza debe tener en cuenta estos

aspectos. Esta es la posición de las teorías psicológicas constructivistas, que están respaldadas en un constructivismo social, como el que propone Paul Ernest (1991).

Kapur (1970, citado por Godino, Batanero y Navarro-Pelayo, 1995: 2), describe dos concepciones extremas: una, sostenida, principalmente por matemáticos profesionales, que creen que se deben construir primero las estructuras fundamentales de las matemáticas (llámense algoritmos, reglas, principios) de una manera axiomática, rigurosa, abstracta y lógica, y después, ir a las aplicaciones (Bajo esta concepción: idealista-platónica se realizó la reforma de las matemáticas en los años sesentas, con la llamada ideología Bourbaki, rechazada para finales de los setentas, por su fracaso). La otra, que parte de la idea de que las matemáticas y sus aplicaciones deben estar siempre ligadas a lo largo del currículo: “ **Las aplicaciones de las matemáticas, tanto externas como internas, deberían preceder y seguir a la creación de las matemáticas**”. Éstas deben aparecer como una respuesta natural y espontánea de la mente y el genio humano, al entorno físico, biológico y social en el que el hombre vive.

En esta línea, “conocer” o “saber” matemáticas ya no puede reducirse a identificar las definiciones y propiedades de los objetos matemáticos; debe implicar ser capaz de usar el lenguaje y el sistema conceptual matemático en la resolución de problemas.

La resolución de problemas debe ser uno de los vehículos esenciales del aprendizaje de las matemáticas. Con esto se atribuye significado a las prácticas, a través del reconocimiento de una finalidad o intención (Godino y Batanero, 1995: 3).

Desafortunadamente, los profesores de matemáticas han estado más interesados en el crecimiento del conocimiento matemático (resultados) que en estudiar los fundamentos de la validez de las teorías matemáticas (los procesos). Esto se debe quizá a que no todos los educadores matemáticos comparten la misma epistemología, incluso interesándose en cuestiones similares.

La aproximación a las cuestiones del crecimiento de las matemáticas es a-histórica y a-social:

“ La historia de las matemáticas es jalonada de sucesos en los que los individuos son iluminados por los nuevos insights que no guardan una relación particular con los antecedentes de la disciplina (Kitcher, citado por Sierpinska, 1996: 2).

La filosofía de la ciencia francesa es psicologista e historicista, en ésta se intenta realizar presentaciones de procesos de hechos, más bien que sus reconstrucciones racionales. Como ejemplos tenemos el psicologismo de las epistemologías de Poincaré, De Bachelard y de Piaget. Así, mientras Thomas S. Kuhn y Feyerabend se apoyaron en datos históricos y consideraciones sociológicas, Piaget se apoyó en los datos psicológicos. Para éste, los objetos de la epistemología son los mecanismos implicados en los procesos de la constitución del conocimiento en el marco de disciplinas científicas particulares. La identificación de estos mecanismos puede hacerse desde una perspectiva sincrónica, usando un análisis lógico-matemático; o bien, en una perspectiva diacrónica, construyendo una génesis histórica y psicogenética de un área de pensamiento científico. Ambas perspectivas son necesarias.

El constructivismo es una alternativa al apriorismo, por una parte, y al empirismo por otra. Se centra sobre el desarrollo cognitivo o conceptual, interno de la mente (Sierpiska, 1996: 5). Para algunos constructivistas (algunos les llaman ingenuos), no hay conexiones directas entre enseñanza y aprendizaje; puesto que, el conocimiento del profesor no puede ser transmitido a los alumnos, y le atribuyen un papel limitado a la enseñanza, esto es, al trabajo del profesor. Por eso, se dice que el constructivismo individualista en sentido estricto piagetiano deja algunos “vacíos” que tendrán que ser “llenados” con otras teorías como las de Vigotsky y Ausubel y los planteamientos didácticos de educadores matemáticos como Freundental (1991) y su propuesta metodológica: “Reinvención guiada” o, incluso, la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau.

Para los constructivistas radicales, el primer principio es que el profesor reconozca que no está enseñando a los estudiantes matemáticas: “les está enseñando” cómo desarrollar su cognición, y aceptar que él, el profesor, es un “aprendiz en la actividad de enseñanza (Steffe y D’Ambrosio, citados por Sierpiska, 1996: 9).

La enseñanza es una tarea que consiste en inferir modelos de los constructos conceptuales de los alumnos y la generación de hipótesis para que los estudiantes tengan oportunidad de modificar sus estructuras de manera que lleguen a acciones matemáticas que puedan ser consideradas como compatibles con las expectativas y fines del currículo (Von Glaserfeld, 1994: 115-121).

Vigotsky y sus seguidores se interesaron centralmente por el aprendizaje y la enseñanza, a través de lo que él llamó “Zona de Desarrollo Próximo”, que es la

diferencia entre lo que niño puede hacer por sí mismo y lo que puede llegar a hacer con la ayuda de un compañero o un adulto experimentado (Vigotsky, 1985: 130-140).

El interaccionismo se considera una teoría sobre el desarrollo, que promueve una visión social sobre las fuentes y el crecimiento del conocimiento. El centro del estudio no es el individuo sino las interacciones entre individuos, dentro de una cultura. El lenguaje se ve como un moldeador activo de la experiencia, no como un “espejo pasivo de la realidad”; las ideas epistemológicas próximas al interaccionismo son equivalentes a las del constructivismo social (Sierpinska y Lerman, 1996: 12).

El lenguaje, en el constructivismo, es expresión del pensamiento; en Vigotsky, es transmisión cultural. Por su parte, en el interaccionismo no se le ve solo como un objeto separado-útil- sino para otro propósito: la comunicación. Gergen (1995) (citado por Sierpinska y Lerman, 1996: 15), ve el constructivismo social como una epistemología que supera la oposición tradicional entre lo exógeno (lo empírico, centrado en el mundo) y lo endógeno (centrado en la mente).

Dentro de una aproximación antropológica, tenemos a la didáctica francesa. En esta aproximación, las cuestiones epistemológicas difieren del constructivismo, del socioculturalismo e interaccionismo, en lo individual. Pero, se puede decir que esta aproximación, es una integración de las tres epistemologías.

Este enfoque se interesa por las relaciones entre la práctica social de la investigación en matemáticas y la práctica social de la enseñanza, y el aprendizaje institucionalizado de las matemáticas en la escuela.

El fin de la enseñanza de las matemáticas no es solo capacitar a los alumnos a resolver problemas cuya solución ya conocemos, sino prepararlos para resolver problemas que aún no hemos sido capaces de resolver. Para ello, hemos de acostumbrarlos a un trabajo auténtico, que no sólo incluya la solución de problemas, sino la utilización de los conocimientos previos en la solución de los mismos. La atención sistémica a los tres aspectos o dimensiones de las matemáticas (actividad humana, lenguaje simbólico y red conceptual) está en la base de la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (1986) (citado por Godino, Batanero y Navarro-Pelayo, 1995: 3), quien propone el diseño de situaciones de formulación, comunicación, validación e institucionalización, como complementos imprescindibles de las situaciones de acción o de investigación

Por todo esto, la identificación de las concepciones de los profesores acerca de las matemáticas y de la enseñanza de las matemáticas es relevante, tanto en las investigaciones como en las intervenciones en el aula; en las investigaciones en educación matemática (Thompson 1984 y 1992) (citado por José Carrillo y Luis C. Contreras, 1995: 79-92), pues, una concepción sobre la matemática o sobre la enseñanza de la matemática permite la interpretación y la toma de decisiones, por ejemplo, acerca de los errores de aprendizaje u obstáculos epistemológicos de los alumnos. Además, en la práctica docente, según Brousseau (1989) (citado por Carrillo y Contreras, 1995: 80), permite seleccionar el contenido y la búsqueda de las situaciones didácticas más apropiadas, permitiendo su negociación a través de un determinado contrato didáctico.

Toda metodología es solidaria con una psicología del niño y de su pensamiento, o sea de una concepción sobre la matemática (Hans Aebli, 1958: 8); por eso, una concepción instrumental o tecnológica de la matemática otorgará al alumno un papel más a nivel de usuario (dentro de un sentido informativo) y llevará a una selección de contenidos muy diferente de una concepción investigativa que fomente en el alumno una capacidad creadora, con un sentido formativo (Carrillo y Contreras, 1995: 80).

Para Thompson (1984), (citado por Carrillo y Contreras, 1995: 79-81), **las concepciones** son operadores que actúan en el proceso de transformación del conocimiento en situación crítica y en la determinación de la interacción alumno-situación.

Jimeno Sacristán (1995: 1-23) afirma que todos los profesores tenemos teorías que se proyectan en nuestras percepciones, en nuestras valoraciones y en nuestras acciones. El profesor actúa dentro de contextos que tienen una historia, una significación subjetiva, un valor social y moral; por eso, la formación de los profesores no puede desligarse de la cultura personal de cada profesor, que se enraiza, a su vez, en las condiciones personales y grupales que los afecta.

III:3. - La formación matemática de los docentes.

No siempre es fácil determinar qué es lo que ha provocado un cambio específico en una ciencia o en una cultura (tanto la ciencia como la cultura son procesos constructores y construidos por procesos sociales). Las revoluciones científicas no pueden explicarse únicamente por la aparición de una teoría mejor, valiéndose para ello sólo de criterios

científicos. Los factores que hacen que una comunidad elija una teoría como la más adecuada parecen ir más allá de la evidencia empírica y la necesidad teórica (Kuhn T. citado por José María Sotomayor, 1986: 1-5).

La ciencia, los procesos culturales y la subjetividad humana son socialmente construidos. Si la realidad no es natural y autoevidente, como se creía (ver Edgar Morin, 1994: 431) sino construida (ver Paul Watzlawick, 1990: 17-21; 1997: 3), también puede ser deconstruida, interrogada, cuestionada.

Como se dijo en apartados anteriores, ya no se trata de buscar el conocimiento general ni la teoría unitaria, sino de encontrar un método que detecte las vinculaciones entre éstos. Este método consiste en aprender a aprender; además, no provee una metodología, una receta técnica, sino que inspira un principio fundamental, un paradigma.

Los nuevos paradigmas cuestionan un conjunto de premisas y nociones que orientaron hasta hoy la actividad científica. La ciencia no es neutra, como se nos ha hecho creer, sirve para destruir y construir, así como para alterar cursos de acción. Devenir un ser humano consiste en participar en procesos sociales compartidos en los cuales emergen significados, sentidos coordinaciones y conflictos (Dora Fried Schintman, 1994: 15-34).

La pérdida de la seguridad en el futuro podría ser una ventaja (contra todo lo que se dice en todos los medios masivos de comunicación), sobre todo si nos empuja a la aventura de lo desconocido; ella nos ha hecho desarrollar la conciencia de la ambigüedad de los procesos científicos y técnicos, y de la incertidumbre de nuestro porvenir. Sentirse partícipes/autores de una narrativa de la construcción de los relatos históricos, es una de las vías de que disponen los individuos y los grupos humanos para intentar actuar como protagonistas de sus vidas, incluyendo la reflexión de cómo emergemos como sujetos, de cómo somos participantes de y participados por los diseños sociales (Dora Fried Schintman, 1994: 15-34).

Podemos identificar el rol del docente actual como transmisor de conocimientos: organiza su clase apoyado en “certezas”, creencias, verdades personales que le dan seguridad y le permiten tomar decisiones, aunque éstas sean más intuitivas que reflexivas. Este sistema de creencias (combinación de actitudes, concepciones, prejuicios, en algunos casos teorías y modelos de enseñanza-aprendizaje), alimentado y desarrollado por la familia docente constituyen el núcleo fuerte y duro, resistente a todo proceso de “formación docente-transformación educativa-cambio social”.

El discurso teórico, acerca de nuevos modelos y paradigmas de enseñanza, en general, es aceptado, pero no se ve reflejado en las planificaciones y modo de organizar sus clases y seleccionar contenidos. Por otra parte, la “declamación” de lo que se “debe hacer”, no es a juicio de autoridades y alumnos, transferida al aula por los docentes (G. Merino, M. Roncoroni, S. Ramírez y E. Wrotniak, 1996: 97-107).

Todos los profesores tienen teorías que se proyectan en sus percepciones, en sus valoraciones, en las atribuciones que hacen y que legitiman, aunque sea de forma no del todo explícita ni coherente, las decisiones prácticas que adoptan (Carr y Kemmis, 1988: 26-28), afirman que quienes no tienen una teoría no pueden hacerla explícita.

La formación de profesores de matemáticas, sobre todo de los que están en servicio, se compone de un conjunto de experiencias débilmente coordinadas para poder proveer, mantener y actualizar a un cuerpo de profesores competentes para el nivel de educación básica. Una problemática que se presenta, en este intento de formación, es ponerse de acuerdo respecto de qué realidad práctica es para la que formamos, pues, ésta hoy es notoriamente plural, incierta y cambiante. Se ha formado y se sigue formando a los profesores para desarrollar un proyecto unitario de educación, cuando ésta se tiene que ejercer en condiciones muy diferentes según los casos (Gimeno Sacristán, 1995: 1-23).

La política de formación del profesorado, aún manteniendo el discurso sobre la reflexión práctica, se ha alejado de esta orientación (favorecer un perfil profesional del profesor enriquecido filosófica, científica, técnica, y políticamente). La cuestión no parece estar en la búsqueda de una tecnología que permita establecer las actividades que más eficientemente resulten formativas, sino en un proceso formativo que atienda las relaciones entre la teoría y la práctica por medio del estudio, la reflexión y la práctica (José María Rozada Martínez, 1996: 8).

Parece que la política de implantación de la “reforma”, en España, la “modernización” aquí en México, ha resucitado el papel de los expertos dispuestos a decir lo que hay que hacer en cada momento. Las reformas elaboradas por estos expertos están representadas por una racionalidad tecnológica en su sentido estricto, identificándose con el adiestramiento, para llevar a cabo dicha innovación; y de no ser porque, de hecho, siempre se presta atención a lo ideológico, por aquello de “los profesores piensan” y no hay manera de implantar currículos a prueba de profesores”, estaríamos padeciendo una dictadura explícita (desgraciadamente lo ideológico varía según el grado de conciencia, y va desde la mitología, el folklore y las creencias populares hasta la filosofía), ya que,

todo apunta a un control, y hasta es increíble que no se advierta que la incorporación plena del sujeto es incompatible con la lógica del control (J. M. Rozada, 1996: 13).

Cuando se piensa en la formación del profesorado como vía para el cambio en la enseñanza, se propone la reflexión sobre la práctica, pero pensando, no en los resultados sino en el propio pensamiento. La burocracia ignora al sujeto, mientras que la alternativa reflexiva lo reivindica.

En España, hasta el Ministro de Educación ha denunciado que la política de formación del profesorado en ejercicio se ha ubicado en el paternalismo y el dirigismo (Joan E. Cantarero Server, 1996: 47-57). En México, la opinión de autoridades educativas es de que las instituciones formadoras de docentes no han cumplido con las expectativas (ver Gilberto Guevara Niebla y su artículo: México, país de reprobados).

El papel que pueda desempeñar la universidad en la actualización de los docentes en servicio parece depender de la óptica que se adopte, según el modelo de enseñante que defendamos. La concepción tradicional que consideraba al profesor como un transmisor de contenidos y un evaluador de resultados se ha visto superada por la complejidad de la vida del aula. Las diferentes y crecientes exigencias que recaen sobre los enseñantes, la diversidad de intereses que confluyen en la escuela, la heterogeneidad del alumnado, la aparición de nuevos y potentes medios de difusión del conocimiento, son algunos de los factores que implican una concepción diferente de la del profesor como técnico. La propia SEP perfila un docente práctico-reflexivo.

El perfil deseable del docente deberá ser el de un profesional capaz de analizar el contexto en el que se desarrolla su actividad y de planificar ésta; de combinar una enseñanza para todos con las exigencias individuales, considerando las desigualdades, pero aceptando la diversidad latente en los sujetos, y buscando un saber integrado a través del trabajo colegiado dentro de un proyecto institucional (Cantarero, 1996: 49).

Como ya se dijo en el capítulo anterior, este perfil de docente requiere un nuevo modelo de formación, tanto inicial como permanente. Ya no se puede aplicar un enfoque centralizado o vertical basado en cursos o cursillos que programan la administración y los expertos. Este tipo de acciones, desde arriba, dice Pereyra (citado por Cantarero, 1996), lo que más generan es resistencia de los docentes. Son los modelos de colaboración y las organizaciones independientes, que puedan hacer coincidir en preocupaciones y objetivos a otros docentes e investigadores, los que van ganando presencia, y los que pueden prosperar (Cantarero, 1996: 49).

Ante el carácter instrumental que ha caracterizado los planes de formación de profesores, tenemos que optar por una alternativa que integre teoría y práctica educativas. La finalidad preferente y estratégica será promover la reflexión crítica sobre la práctica. Esto supone pasar de los cursos a otro tipo de metodologías como la investigación o los seminarios, o grupos de docentes constituidos por iniciativa propia. Además, deberán tener un enfoque global y en la línea de la complejidad. Este modelo, en lo general, deberá contemplar la investigación educativa-desarrollo curricular-perfeccionamiento del profesorado. Si no se consideran conjuntamente estas dimensiones no tendrán sentido pleno; sobre todo, si no se considera la transformación de la escuela y la mejora de los enseñantes (Cantarero, 1996: 50-52).

Cada vez, se hace más necesario, entre los docentes de matemáticas, la formación de academias de profesionales (transdisciplinarias) capaces de ir elaborando, experimentando y contrastando propuestas de mejora en la enseñanza de las matemáticas (Daniela Cela Bermejo y Emma García Sánchez, 1996: 77-88).

Estas autoras proponen cambios cualitativos basados en la reflexión, el análisis y la investigación, superando la transmisión generalizada en los modelos de formación (cursillos) oficiales. En esta línea, se justifica la autonomía de los Centros de Profesores para elaborar sus planes de formación considerando: promover el funcionamiento institucional de las escuelas, apoyando el trabajo sistemático del profesorado mediante estrategias y técnicas de reflexión que permitan la reconstrucción y análisis de las prácticas en el aula y posibilite la elaboración conceptual de los cambios que van abordando, en la búsqueda de una coherencia entre la práctica y la teoría que la sustenta (Cela Bermejo y García Sánchez: 82-85).

Esta idea cobra fuerza con las ideas de L. Stenhouse (1993: 24), cuando afirma que es imposible promover cambios y reformas educativas si el profesorado no participa activamente en el proceso y en el desarrollo del curriculum. Un proceso de formación debe incidir fundamentalmente en el pensamiento del profesor y en su práctica educativa a través de procesos de investigación-acción (Stenhouse 1993: 85-87). Una idea sintetiza el pensamiento de Stenhouse:

“ No es posible el desarrollo de un curriculum sin el desarrollo de profesor” (Stenhouse, 1993: 103).

Con respecto a la enseñanza de las matemáticas existen cada vez más pruebas de que la profundidad del conocimiento en la materia de un tema escolar concreto juega un papel decisivo en el proceso de enseñanza (Diana Tirosh, 1993: 61-86).

En la actualidad, estamos viviendo un creciente interés en la educación matemática, hacia la problemática planteada por la formación de profesores de matemáticas, debido, entre otras cosas, al fracaso escolar, que provoca tanta deserción, la insatisfacción consecuente de algunos profesores, de los padres de familia, de autoridades educativas; y las nuevas reformas curriculares, las cuales exigen una renovación del profesor, en ciertas materias.

Estas reformas plantean, también, un cambio de paradigma educativo, que sea congruente con el desarrollo de un nuevo paradigma epistemológico de la matemática (Ernest, 1991; Cooney, 1994) (citados por Godino, Batanero y Flores, 1998: 1).

Una formación del profesor, exclusivamente matemática o psicopedagógica de índole generalista no parece suficiente, dada la complejidad cognitiva y didáctica que presentan los conceptos y métodos matemáticos (J. D. Godino, M. C. Batanero y Pablo Flores, 1998: 1).

La investigación didáctica centrada en la formación de profesores está produciendo abundante información sobre lo que podemos describir como “conocimiento didáctico del contenido”. En consecuencia, se está proponiendo que los cursos de formación de profesores de matemáticas contemplen aspectos como los siguientes:

- La reflexión sobre el significado de los objetos matemáticos particulares que se pretende enseñar, y el estudio de las transformaciones que experimentan los mismos, para adaptarse a los distintos niveles de enseñanza.
- El reconocimiento de las dificultades, errores y obstáculos de los alumnos en el aprendizaje y sus estrategias en la resolución de problemas.
- La ejemplificación de situaciones didácticas, metodología de enseñanza para temas específicos y recursos didácticos específicos.
- La búsqueda de criterios y medios para llevar a cabo esta formación: los conocimientos sobre los aspectos epistemológicos de los contenidos matemáticos y sus transposiciones didácticas, así como los obstáculos y las dificultades de los estudiantes,

deberían ser asumidos y adaptados por los propios profesores. Para este fin, y desde una perspectiva constructivista y social de la educación matemática, consideramos que los conocimientos didácticos tendrían que ser contextualizados en situaciones significativas para los profesores en formación, pues la metodología de los cursos de preparación de profesores tiene que reflejar los principios metodológicos deseables en la propia acción didáctica de los profesores.

Como se ve, se está proponiendo una visión de la tarea profesional del profesor basada en darle mayor importancia a los procesos de pensamiento del profesor. Para completar este proceso se propone la confrontación y validación de las propias creencias y concepciones frente a los resultados producidos por la investigación didáctica (Godino, Batanero y Flores, 1998: 2).

Esta propuesta cobra sentido, pues existen cada vez más evidencias de que la profundidad del conocimiento en la materia de un tema escolar concreto juega un papel decisivo en el proceso de enseñanza (Diana Tirosh, 1993: 2). El conocimiento matemático a enseñar comprende tres categorías: el conocimiento del contenido de la materia, el conocimiento pedagógico y el conocimiento curricular. El conocimiento del contenido de la materia es la cantidad y organización del conocimiento en la mente del docente. Para pensar el conocimiento de un contenido, el docente debe tomar en cuenta, además del “qué”, el “por qué es así”. El conocimiento del contenido pedagógico consiste en la comprensión de las razones por las cuales el aprendizaje de determinados temas específicos resulta fácil o difícil, así como el considerar los conocimientos matemáticos que los alumnos de diferentes edades traen consigo a la situación de aprendizaje. El conocimiento curricular consiste en la toma de decisiones que el docente debe hacer ante el abanico de programas diseñados para la enseñanza de la matemática y temas concretos en un determinado nivel.

Sólo muy recientemente, se han empezado a desarrollar materiales dirigidos a aumentar el conocimiento del contenido pedagógico y matemático de los docentes: la comprensión sobre conceptos matemáticos, estructuras y relaciones entre temas; la forma en que se establece la verdad en matemáticas, cuáles son las ideas arbitrarias o convencionales y cuáles son lógicas y necesarias. También, aumentar el conocimiento de las estrategias, los preconceptos y los conceptos erróneos de los alumnos (Diana Tirosh, 1993: 1).

Los profesores deben familiarizarse con los diversas formas de argumentar de sus alumnos, así como detectar los posibles orígenes de éstas y deben estar atentos a las

perspectivas matemáticas que los alumnos desarrollan. La actitud de los profesores ante las aportaciones y respuestas sugeridas por los alumnos estimula a muchos de ellos a desbloquear sus conocimientos, a meditar sus respuestas y a reconsiderar y a evaluar otra vez sus juicios.

Aquéllos que creen que las matemáticas constituyen una disciplina rígida; que no tiene por qué comprenderse, son mucho menos que aquéllos que consideran las matemáticas como algo fascinante, en constante crecimiento y cuya lógica se puede comprender. Estos últimos tenderán a enseñar las matemáticas intentando conseguir una comprensión relacional, comprendiendo el “qué” y el “por qué”, mientras que los primeros tenderán a enseñar matemáticas de forma instrumental, sin decir, sin explicar la razón (Diana Tirosh, 1993: 2). Cuando se desarrollan materiales para los profesores, es importante considerar no sólo sus conocimientos básicos, sino también sus creencias sobre las matemáticas y su enseñanza.

El mito sobre la dificultad del contenido matemático escolar y la selección natural que se da a partir de su dominio son antecedentes que pesan entre los profesores, en relación con la enseñanza de las matemáticas, y en los programas de actualización en los que participa. Cuando el profesor tiene un dominio sobre el contenido matemático, el programa, el libro de texto y otros documentos se convierten en apoyos. Se superan las dependencias y el proceso se dinamiza (Eréndira Valdez Coiro, 1996: 89-95). Hay resistencias para asumirse como aprendiz adulto, ante saberes que no sólo informen, sino que también formen.

Tanto los estudiantes para profesores de primaria como los docentes en servicio, manifiestan una sentida preocupación por el procedimiento algorítmico como aspecto fundamental de la resolución de problemas. Todo lo que conocen, acerca de la necesidad de partir del alumno, de sus conocimientos y habilidades, etc. parece que se les olvida. Las referencias teóricas establecidas que hay que desarrollar para la resolución de problemas no son tenidas en cuenta. Hay un desajuste entre los conocimientos que tienen al respecto y la actividad docente desarrollada en las prácticas. De aquí podemos concluir que una de las principales dificultades en la formación inicial y permanente del profesorado es la formación práctica: “mucha teoría, pero no me han preparado para la práctica”, son una constante tanto en los profesores en formación como en los profesores en servicio (David Block Sevilla, Martha Dávila V. y Patricia Martínez F., 1995: 5-26; Lorenzo J. Blanco Nieto, 1996: 53-64) .

Si partimos de la idea de Lorentz Stenhouse (1993: 155), de que sólo el propio profesor puede cambiar al profesor, de que no puede haber innovación significativa en la educación, que no tenga en su centro las actitudes de los profesores, y de que se aprende lo que se hace, es obvio que la acción de los formadores de profesores de matemáticas debe ir en la línea de hacer que éstos, los futuros profesores hagan, como estudiantes, lo que ellos, como profesores tendrán que hacer, a su vez con sus alumnos. Ya hemos comprobado de manera suficiente que la simple información sobre posiciones alternativas no ha mejorado ni va a mejorar la formación del profesor.

III.4.- Conceptos fundamentales en la enseñanza de la matemática.

Para Díaz Barriga (1992: 82-97), el análisis de la matemática no es necesariamente el mismo desde el punto de vista del psicólogo que del matemático. Si lo que los docentes hacen es producto de lo que piensan (Clark y Peterson, 1990: 445), se necesita reflexionar en que cuando se trabajan las matemáticas, se tienen que trabajar con diversos tipos de conocimiento: el propio, el de los alumnos, el de las disciplinas y el de los libros de texto (Yves Chevallard y la Transposición Didáctica), y no siempre se es consciente de ello. Además, también el alumno tiene que considerar el conocimiento propio, desde el cual parte; el del texto, y el del profesor (Francisco F. García Pérez, 1995: 83-94). ¿Qué pasa cuando los docentes no reflexionan en esto?, ¿Qué sucede cuando el profesor sólo considera su propio conocimiento, ignorando el de sus alumnos?, ¿Cuando enseña, piensa en todos estos factores?. Por último ¿Considera que debe partir de los conocimientos que tiene el alumno?. Bueno, y si el docente no fue formado en esta perspectiva, ¿qué hacer?; porque, si fue formado para trabajar de una forma, y ahora le dicen que debe trabajar de otra, ¿qué debe hacerse?.

Ante esta problemática, y, con la finalidad de plantear algunos elementos que permitan esbozar una posible salida alternativa a la misma, podemos partir de algunas ideas centrales:

- La enseñanza directa de los conceptos es imposible y estéril (L. S. Vigotsky, 1992: 120). El docente que lo intenta no logra sino un verbalismo hueco, una repetición de palabras por parte del alumno, que simulan un conocimiento, pero que sólo encubren un vacío.
- En los conceptos científicos que el alumno adquiere en la escuela, la relación de un objeto está mediatizada desde el comienzo con algún otro concepto. La verdadera

noción de un concepto científico implica una determinada posición en relación a otros conceptos, un lugar dentro de un sistema de conceptos (Vigotsky, 1992: 131).

- Los profesores tienden a considerar una pérdida de tiempo el “recorrer un camino largo”, cuando conocen el “atajo” más directo al punto de llegada, que, culturalmente, es lo importante. Los profesores se agobian con la tardanza de un método que es “interesante, pero exige demasiado tiempo”. Sin embargo, parece ser que lo que realmente sucede y que lo lleva a esgrimir esa preocupación de “demasiado tiempo”, es que: a pesar de que afirma su postura constructivista, a muchos profesores les falta, en el fondo, convicción respecto a la necesidad de desarrollar ese proceso de construcción del conocimiento sujeto al ritmo de aprendizaje, a veces largo, cuando ellos ya saben las respuestas, y los alumnos, por su parte, están demandando también soluciones conocidas y no estresantes. ¿Cómo puede desarrollar una enseñanza basada en la construcción del conocimiento el profesor que, en el fondo, cree que el conocimiento “ya está construido”, y, además, de una forma determinada?. ¿Para qué planear y desarrollar una secuencia de actividades diversas y graduales, si se puede aplicar, repetidamente, una misma actividad? (Francisco F. García Pérez, 1995: 83-94).

- La historia de las matemáticas muestra que los avances matemáticos casi siempre se originan en un esfuerzo por resolver un problema específico (Diudonne, citado por Luz Manuel Santos, 1992: 16-24).

- Las matemáticas se han construido como respuesta a preguntas que han sido traducidas a problemas. La cuestión esencial de la enseñanza de las matemáticas es, entonces, hacer que los conocimientos matemáticos enseñados tengan sentido para el alumno (Rolan Charnay, 1994: 51-63; Luz Manuel Santos Trigo, 1995: 47-62).

El enfoque metodológico actual propone que los problemas a los alumnos deben ser planteados desde el principio, antes de que se aprendan los procedimientos convencionales de solución (Fuenlabrada, 1996: 1-6). El sentido de la resolución de problemas en la escuela, pues, tiende a ser la aplicación de las técnicas operatorias previamente enseñadas, y después de haber visto un ejemplo “modelo” (David Block S.; Martha Dávila V. y Patricia Martínez F., 1995: 5-26). Las soluciones apoyadas en dibujos son consideradas válidas sólo para los niños de primer grado. Parece que el maestro únicamente prepara a sus alumnos para resolver problemas en el examen, cuando éstos deben ser el punto de partida y el punto de llegada (Santos Trigo, 1995: 55-57).

- Para Guy Brousseau, (1983) (citado por Bernardo Gómez Alfonso, 1996- 6-7), el error y el fracaso no juegan el papel simplificado que a veces se les hace creer. El error no es simplemente el efecto de la ignorancia, de la inseguridad, del azar, como se cree en las teorías empiristas y conductistas del aprendizaje, sino el efecto de un conocimiento anterior que tenía su interés, su éxito, pero que, ahora, se manifiesta falso, o simplemente inadaptado. Tanto en el funcionamiento del maestro como del alumno, el error forma parte del sentido del conocimiento adquirido. El error no es sólo la ausencia de respuesta correcta, debe considerarse más como un producto de la experiencia, una parte del proceso de aprendizaje que se revela de forma persistente y reproducible. El análisis de los errores, desde esta perspectiva, es muy interesante; ya que, puede evidenciar la existencia de dificultades que están relacionadas con malentendidos instalados y consolidados, que el docente puede no detectar. Cuando se presenta por parte del estudiante, se vuelve una ayuda para su aprendizaje; cuando se presenta por parte del profesor, puede ser una ayuda para que éste diseñe estrategias didácticas más eficaces (Bernardo Gómez Alfonso, 1996: 6-7).

- Podemos identificar el rol del docente actual como transmisor de conocimientos (G. Merino Roncoroni, M. Ramírez y E. Wrotniak, 1996: 97-107), pero, éste, puede asumir otra actitud a partir de la asunción de otra concepción sobre la matemática.

- Aunque en el marco curricular teórico se enfatiza la necesidad de usar la teoría piagetiana para la enseñanza de la matemática, promoviendo, así, el aprendizaje activo, el contenido seleccionado por los docentes, muchas veces, no permite la participación real del alumno (Ana Cecilia Agudelo Valderrama, 1995- 13). El conocimiento que los alumnos necesitan demostrar en exámenes y pruebas oficiales, pertenece a la categoría de conocimiento algorítmico.

- Existe actividad sólo cuando los alumnos empiezan a darse cuenta de sus posibilidades de acción y se concientizan de sus propias condiciones como resultado de las discusiones y análisis de las investigaciones hechas en el aula (Agudelo, 1995- 13).

- El método es, simultáneamente, requisito previo y producto, la herramienta y el resultado del estudio (Vigotsky, 1985- 105). En la Ingeniería Didáctica, el contenido se convierte en herramienta y objeto, instrumento-conocimiento (Michel Artigue, Regine Douady, Luis Moreno y Pedro Gómez, 1995).

- Si el contenido de una materia se trata a través de especialistas y el proceso como asunto psicológico, nunca vamos a descubrir qué es lo importante en el aprendizaje,

porque “no existe ningún proceso de aprendizaje en sí”. No se puede aprender sin ningún contenido. Es la tarea del docente, averiguar cuál es el concepto que tiene el estudiante de determinada materia, de manera que él pueda enseñarla, pero podrá enseñarla solamente sabiendo la manera en la cual los estudiantes la conciben. El buen docente está atento a lo que pasa en la mente de los estudiantes (Marton Ference, s/f: 2/7-3/7)

- Las teorías que ignoran el hecho de que el juego completa las necesidades del niño desembocan en una intelectualización pedante del juego. El juego no debe considerarse el rasgo predominante de la infancia, sino un factor básico de desarrollo.

- El trabajo (juego) en equipo potencia los aprendizajes.

- La adquisición de la noción de número, por parte del niño, implica dos aspectos distintos pero complementarios: el concepto y la escritura (Pedro Bollás, 1991,).

III.5.- Experiencias de los docentes en relación con la enseñanza del concepto de número".

A los puntos de vista que establecen como requisitos previos para la construcción del concepto de número por parte del niño, la lógica o las técnicas para contar, subyacen concepciones sobre la matemática y sobre su enseñanza sustancialmente distintas. Según el primero, la enseñanza de la matemática debe fomentar, en primer lugar, el desarrollo de conceptos lógicos y del razonamiento. Según el segundo, la instrucción inicial debe centrarse directamente en el desarrollo de técnicas y conceptos específicos para contar y estimular su aplicación (Arthur Baroody, 1988: 107-126).

Varios autores han señalado la importancia de una sólida construcción del concepto de número para el desempeño posterior en el área de matemáticas (Resnick y Ford, 1990; Kamii, 1982: 32-33; Labinowics, 1982: 65-70; y Marton Ference, s/f, p. 7/7), incluso quienes coinciden con el enfoque del procesamiento de la información como Encarnación Castro, Luis Rico y Enrique Castro (1995: 1) aceptan la importancia del “aprendizaje del número”, le llaman ellos; considerándolo como una base de aprendizaje informal sobre el que se apoyarán los conceptos de aritmética formal que el niño desarrollará posteriormente. Porque, es en la etapa infantil cuando se forman los conceptos básicos o primarios y los primeros esquemas sobre los que, posteriormente, se construirá todo el aprendizaje matemático, y si estos esquemas básicos, dicen ellos,

están mal formados o son frágiles, pueden llegar a impedir o a dificultar el aprendizaje posterior. Aunque la mayoría de la gente, los docentes, los padres de familia, incluso algunos investigadores creen que lo importante, cuando se trata de números, es el conteo, se ha comprobado que los niños que no han desarrollado un sentido de los números (no sólo conteo), luego pueden tener problemas en el aprendizaje de la aritmética (Marton Ference, s/f). Finalmente, como dice Karl Lovell (1986), aunque todo el edificio de la matemática moderna esté basado en el concepto de número natural, este concepto sigue encerrando cierto misterio.

“El aprendizaje del “número” se considera como una base de aprendizaje informal, sobre el que se apoyarán los conceptos de aritmética formal que el niño desarrollará posteriormente

Para autores como Kamii, 1982, 1985), la construcción del concepto de número es parte inherente del desarrollo intelectual del sujeto.

Desde una visión psicogenética de la enseñanza de las matemáticas, el número no es de naturaleza empírica; es una estructura mental que el niño construye a través de la abstracción reflexiva de sus propias acciones sobre los objetos concretos o mentales (Roberto Barocio Quijano, 1996: 50-62). Si un maestro quiere enseñar el concepto de número, lo que menos debe hacer es dar clases de matemáticas; su preocupación central debe estar en la creación de oportunidades para el desarrollo intelectual.

Para Piaget, el número es la síntesis de los conceptos de seriación y de clasificación, y la conservación de la cantidad indica la llegada al nivel operatorio en el manejo del concepto de número (Delia Lerner, 1977; Piaget e Inhelder, 1981; Piaget y Zeminska, 1987; Kamii, 1982, 1985).

Algunos otros: Elkind (1969); Piaget (1977), Sinclair y Sinclair, (en prensa), (citados por Baroody, 1988: 107-109), han llegado, a su vez, a la conclusión de que un análisis del desarrollo del número sería psicológicamente incompleto si no se tuviera en cuenta la contribución de las actividades de contar.

La teoría de Jerome Bruner, similar, en muchos sentidos, a la de Jean Piaget, fue inspirada por los trabajos de éste en Ginebra, pero los trabajos de estos dos teóricos han sido interpretados de manera diferente en el aula. Finalmente, Bruner se preocupó más de cómo representan los niños mentalmente los conceptos e ideas que van aprendiendo (enactiva, icónica y simbólicamente), dejando de lado la manipulación.

Muchos otros investigadores coinciden con Baroody (1988) en que, el aprendizaje informal (para Piaget, experiencia) es la base para comprender y aprender las matemáticas que se estudian en la escuela (E. Castro, L. Rico y E. Castro, 1995: 5-11).

Hay profesores que creen que el número se aprende por simple transmisión social; no alcanzan a distinguir entre conocimiento lógico-matemático y conocimiento social (C. Kamii, 1982: 15-23); creen que basta con dictar conceptos y que los alumnos los memoricen. El niño, ante este tipo de profesores, que realizan una práctica que concibe el aprendizaje del número, memorística y mecánicamente, a través del conteo y de aplicación de reglas, construye un sistema de razonamiento operatorio, paralelo al escolar, gracias al cual, puede resolver problemas inmediatos que le planteen, y que, finalmente, le resulta más útil (Montserrat Moreno, 1986: 19). Por eso, vemos que los niños salen adelante, ¡y los profesores creen que aprendieron porque ellos les "enseñan"!.

En matemáticas, el número vincula los niveles de preescolar y primaria. En el primero, el programa, en lo relativo a matemáticas, gira alrededor de la construcción del concepto de número (seriación, clasificación y conservación, medición, adición y sustracción); en el segundo, el maestro debe consolidar esta construcción o, en su defecto, iniciarla. Sin embargo, una gran cantidad de profesores, tanto de preescolar como de primaria, desconocen en qué enfoque teórico descansa su práctica y la realizan reproduciendo la forma en que ellos fueron "enseñados".

Existe una desvinculación entre estos dos niveles, que afecta el aprendizaje que curricularmente se espera se dé en primaria, pues, mientras que en el nivel de preescolar la práctica docente se apoya en la teoría psicogenética (se supone), en primaria, apenas sí se tienen esbozos (en muchos profesores) de lo que es ésta, aún cuando se dice que los programas de 1986 y, sobre todo, los de 1992 a la fecha tienen sus fundamentos en la teoría de Piaget.

Cuando el niño llega a la escuela, sea ésta preescolar o primaria, es común que los profesores crean que no sabe nada, que llega "en blanco". Nada más equivocado; si nos fijamos bien, los niños, desde su nacimiento, están buscando conocer su entorno, ¿Qué hacen para ello?: tocan, manipulan las cosas que pueden, cuentan objetos, juntan, separan, etc. (César Coll, 1983,). Son unos científicos en potencia, unos investigadores natos. Lamentablemente, cuando no se sabe cómo favorecer el que los niños que llegan a preescolar, y aún a primaria, sigan conociendo su mundo, los profesores, en lugar de

favorecer este conocer, lo obstaculizan, transformándolos en gente sumisa, dependiente (John Holt, 1985: 45-61), bajo el pretexto de que debe ser “un buen alumno”, “un alumno respetuoso”.

Entre los profesores de preescolar, es común escuchar que el niño que termina preescolar ya construyó el concepto de número. En la realidad, de acuerdo a los estudios realizados por Piaget y colaboradores, corroborados por muchos investigadores de todo el mundo, menos por aquellos que han variado las condiciones de sus investigaciones (Piaget e Inhelder, 1981: 113), sólo algunos niños llegan a primaria habiendo construido el concepto de número - todavía menos niños pueden representarlos gráficamente (escribirlos)- lo logran aproximadamente entre los siete y ocho años de edad (Piaget e Inhelder, 1981: 104-106).

El desconocimiento de lo anterior, conlleva a la realización de una práctica pedagógica incongruente, de acuerdo con las aportaciones teóricas de Piaget, pues, los niños, en su generalidad, cuando llegan a primaria (seis años de edad) aún no han construido el concepto de número ,si ya lo construyeron a nivel de idea, concepto, les falta llegar a la representación gráfica, nivel simbólico y nivel del signo. Este aspecto sigue siendo ignorado, principalmente por los profesores. Aún más, ignoran algo tan vital para los niños como es el juego En lugar de decirles “vamos a jugar”, ¡no!, les dicen “vamos a trabajar”. Con esa actitud, bloquean toda la energía natural que tienen los niños y que puede ser encauzada en su mismo aprendizaje. Nos hemos dedicado más a desarrollar programas, utilizando los niños que nos confían los padres de familia, que a buscar el desarrollo de esos niños, apoyados en los programas (Carlos Zarzar Charur, Conferencia: "Habilidades básicas para la Docencia", enero de 1995).

El desconocimiento que a este respecto tienen muchos de los profesores de estos niveles, los lleva a ignorar qué deben hacer para que sus alumnos logren aprendizajes significativos (César Coll, 1983: 199), a partir de sus intereses y necesidades, que los hace auténticos; esto se hace obvio cuando, al proponer situaciones de aprendizaje, no reflexionan ¿para qué? y ¿por qué quieren que sus alumnos realicen las actividades que les proponen?. Generalmente, lo hacen porque así lo han hecho siempre y porque apegándose a los ya obsoletos programas que incluyen actividades "sugeridas" dejan de lado los intereses y necesidades de los niños, concretándose a lo marcado por esos programas.

Según Constance Kamii (Kamii, 1985: 27), la construcción del número se da gradualmente," a saltitos", y no de golpe, no puede enseñarse directamente. El niño, por

sí mismo, tiene que construir la estructura lógico-matemática del número; sin embargo, la mayoría de los profesores de los niveles de preescolar y primaria, por desconocimiento o por comodidad, siguen realizando actividades en las que predomina el conteo (práctica que descansa en concepciones empiristas sin más), ignorando detalles tan importantes como el que para el niño, antes de llegar al concepto de número, cantidad y número son algo distinto; argumentan que dos conjuntos son diferentes aún cuando tiene el mismo número; y a la inversa; que dos conjuntos son iguales (tienen la misma cantidad) aún cuando tienen diferente número (Delia Lerner, 1977: 298-299).

Muchos profesores prohíben a sus alumnos que cuenten con los dedos o utilicen cosas para contar al resolver problemas matemáticos, ignorando que en todas las actividades que se propongan para lograr que el niño construya el concepto de número se debiera partir del planteamiento de situaciones problemáticas concretas "ad oc": sin contar, primero; después, contando (Delia Lerner, 1977, en Antología La matemática en la escuela I). El niño preferirá, en un primer momento, establecer el apareamiento efectivo de los elementos. El esquema de contar se irá consolidando poco a poco, separando lo perceptivo de las configuraciones, lo que le permitirá anticipar correctamente el número de elementos de la colección no contada (Delia Lerner, 1977: 300).

En muchas escuelas de preescolar y primaria, hay profesores que piensan que trabajar contenidos matemáticos utilizando objetos concretos (cosas), es perder el tiempo. Según Piaget, el concepto de número no se puede aprender o construir por simple "enseñanza" (concepción tradicional: transmisión social), sino que es construido por el propio niño a través de todo un proceso (seriación, clasificación y conservación) apoyado en actividades concretas (los niños de preescolar y primaria se ubican en el período de operaciones concretas). Cuando no se apoya en la manipulación de objetos concretos, el aprendizaje es únicamente verbal (Piaget, Mecanograma, en U.P.N. Antología La matemática en la escuela II, pp. 177-178).

Algo que ignora quien piensa que las matemáticas pueden "enseñarse" por simple transmisión oral es que, una vez que los niños comienzan a trabajar las matemáticas a partir del manejo de cosas (desde preescolar a primaria), su aprendizaje cobra sentido (César Coll, 1977; Ausubel *et al*, 1993), es decir, sienten que hay un por qué hacer lo que están haciendo; más, si cada situación de aprendizaje parte de un problema (conflicto cognitivo) al cual ellos buscan solución. Esto es muy diferente del tradicional "hacer cuentas" que algunos detractores del cambio añoran, ya que, para ellos, aprender

matemáticas es saber resolver algoritmos o cuentas, ignorando que el concepto de número y las nociones de adición y sustracción se construyen simultáneamente.

Es sabido que, muchos de estos buenos, incluso excelentes "hacedores" de cuentas, en cuanto se les plantean problemas, empiezan preguntando: Profe. ¿es de rayita o es de menos?, o ¿es de crucita o es de más?. La explicación que se puede dar a esta situación es que los alumnos no han construido las nociones o conceptos de número y de las operaciones y, por tanto, no pueden identificar qué operación implica cada problema, puesto que, como dice Montserrat Moreno: "las operaciones matemáticas son las representaciones de las acciones de los niños ya realizadas en otro momento y nivel" (Montserrat Moreno, 1986: 62).

Atendiendo a la idea de Miriam Nemirovsky de que el significado es el concepto o la idea que un sujeto ha elaborado sobre algo y existe en él sin necesidad de que lo exprese gráficamente (Nemirovsky, 1983: 61), el concepto de número puede ser construido por el niño, por ejemplo, en preescolar; o bien, estar en el proceso de construcción del mismo cuando llega a primaria. Sin embargo, el desconocimiento por parte de los profesores de estos niveles de cómo construye el niño el concepto de número y de que el concepto puede estar construido o en proceso, sin que por ello tenga el niño necesariamente que poder representarlo gráficamente, hace que partan, para la enseñanza del mismo, de su representación gráfica. En el enfoque constructivista, esto constituye un error muy grande por parte del profesor y violenta el desarrollo del niño. Se violenta su desarrollo al comenzar a "enseñar matemáticas" (el número) a partir de lo que es su significante (Nemirovsky y Carvajal, 1983: 64), y al niño no le queda otra alternativa que aprenderlo de memoria o mecánicamente.

Desde el enfoque del procesamiento de la información (Mari Lize Peltier, 1992: 13; Gelman, 1974, Zimiles, 1986, citados por Baroody, 1988: 109-115) el conteo de los objetos de una colección implica una gran tarea por parte del niño: activar la memoria, estableciendo una correspondencia al pronunciar una serie ordenada de palabras, sin contar más de una vez cada objeto; porque, los niños desde los dos años, perciben y comprenden que hay palabras que sirven para contar. En francés, la serie numérica necesita, para los primeros dieciséis números, de un aprendizaje memorístico; porque, no hay una lógica para encontrar el número siguiente. Este trabajo requiere de mucha memoria a corto plazo.

La investigación en el campo de la matemática, específicamente el concepto de número, ha sido abordada desde dos enfoques teóricos: la psicología genética, que enfatiza el

razonamiento lógico, como elemento fundamental en el desarrollo de los conceptos del número natural. La otra, la teoría del procesamiento de la información, que destaca el razonamiento cuantitativo en la comprensión y el dominio de los diferentes conceptos y significados del número (Jorge Antonio Cázares Solórzano, 1993: 46-64).

En la construcción del número natural, ambas teorías se complementan: por un lado, las actividades generales desde la perspectiva de la psicología genética propician el establecimiento de relaciones de semejanza y diferencia, de pertenencia e inclusión; de mayor que; menor que; e igual que. Y, por otro lado, las situaciones basadas en la teoría del procesamiento de la información, tales como: el reconocimiento súbito de cantidades, identificación de las mismas en términos de muchos y pocos, la estimación, la equivalencia y no equivalencia de los agrupamientos, la correspondencia uno a uno, el conteo ascendente y descendente, el doble conteo y la utilización de estos procedimientos en la resolución de problemas de medida y cálculo (Baroody, 1988: 107-111).

Ambas teorías permiten la construcción de los primeros conocimientos relacionados con los significados y conceptos del número natural. Habrá que hacer un ajuste, una adaptación muy "ad hoc", pues, independientemente de la postura, constructivista o del procesamiento de la información, que se asuma, como docentes responsables, se tiene la "obligación ética" de hacer lo mejor para que los niños aprendan el número o el concepto de número. Si las dos corrientes afirman ser la mejor para este fin, no queda otra salida más que tomar de las dos lo que mejor se adecue a nuestras concepciones sobre la matemática y sobre la enseñanza de la matemática.

Finalmente, se puede comprobar que, con muy pocas excepciones, las pruebas (estandarizadas y comercializadas) que actualmente se aplican en los niveles de preescolar y primaria no fueron diseñadas para que resultaran útiles en el curriculum para desarrollar el pensamiento. Éstas, se ajustan a la educación en los aspectos básicos, pero no incluyen al pensamiento, al razonamiento. Estas pruebas se basan en supuestos sobre la naturaleza del conocimiento y llegan a la educación de la mano de psicólogos asociacionistas o conductistas, cuando mucho, de la línea del procesamiento de la información, que no siempre se identifican con los principios del aprendizaje y el pensamiento expresados por los investigadores cognitivos (L. Resnick, 1989: 331). Esto, muchas veces, lleva al desánimo a algunos profesores, ya que, su trabajo, desarrollado en el enfoque cognitivo es "tirado a la basura", pues, es evaluado con instrumentos y criterios que no son congruentes con los del enfoque con el cual fueron trabajados.

Capítulo IV.- Metodología

Cuando, en 1984, como profesor de educación primaria me fue asignado un primer grado, me sentí presionado. ¿Cómo iba a hacer para que los niños aprendieran a leer y escribir; que aprendieran matemáticas, y en la línea piagetiana?. Afortunadamente (en ese entonces tenía medio tiempo) dos compañeros de trabajo de la, en ese momento, Universidad Pedagógica Nacional-Unidad Durango (desde 1998, Universidad Pedagógica de Durango), luego de escuchar mi lamento, se ofrecieron a ayudarme, para lo cual me facilitaron algunos libros escritos por Jean Piaget (traducidos). Le di una primera leída a algunos de ellos (dos o tres de cinco o seis), con lo que me di una pequeña idea de lo que se trataba.

Luego me compré otro libro (Las ideas de Piaget. Su aplicación en el aula, de Hans G. Furth, 1974), donde me enteré, por primera vez, que, si el docente organiza el trabajo en equipos y utiliza el juego como un dinamizador de la “clase” (lo que hice todo el año), los niños aprenden mejor (viven la escuela), porque se parte de sus intereses y necesidades. Pero, también me di cuenta que lo que tiene que ver con matemáticas es relegado, tanto por las autoridades como por los mismos profesores. En el primer grado de primaria, lo más importante era (y creo que es) la lecto-escritura. El mismo libro de Hans G. Furth no tiene muchas referencias sobre lo que hay que hacer para que los niños de primero de primaria aprendan matemáticas (lo relativo al concepto de número y las operaciones de adición y sustracción), casi todo se refiere a la lecto-escritura y a la actitud que debe tomar el docente con los niños.

Sin otro referente que la normal básica, no me quedó otra alternativa que “enseñar matemáticas” tomando como referencia a uno de mis maestros de matemáticas que yo admiré mucho en mi época de estudiante, y con el que, por cierto, disfruté aprender

matemáticas; incluso puse en práctica, durante mucho tiempo, la misma técnica que él usaba.

Deseo aclarar que, cuando me incorporé en 1982, a la UPN, como “asesor” de matemáticas, en el Plan '79; después de leer algunos de los textos de matemáticas editados por la propia Universidad Pedagógica, inicié un proceso de reflexión sobre mi práctica. Me di cuenta que siempre había enseñado matemáticas reproduciendo solamente la forma en que yo mismo había sido enseñado. Con responsabilidad, hacía mi mejor esfuerzo, procurando incorporar innovaciones, las que, después me di cuenta, algunas coinciden con las propuestas en el curriculum actual de matemáticas, que tienen que ver con el constructivismo; pero, reconozco: sólo algunas; en lo demás, seguía imitando a “mi” maestro. Además, sentía temor hacerlo, pues, creía que estaba haciendo algo indebido, ya que, las autoridades educativas y los mismos libros de texto daban otras indicaciones.

Al finalizar el año escolar, la evaluación de la asesora de los primeros grados de la zona escolar otorgó un reconocimiento al grupo, por su “buen rendimiento”, lo que me llevó a preguntarme: si este grupo está así y es de los mejores, según la asesora, ¿cómo estarán los demás?. Otra vez se evidenció algo, se evaluó sólo la lecto-escritura, las matemáticas no importaban.

Para ese entonces, la UPN comenzó a ofrecer el Plan '85 de la Licenciatura en Educación Preescolar y Primaria y, al hacerme cargo, en 1987, de las asignaturas: La matemática en la escuela I, II y III; confrontando lo que ya había leído de la Teoría de Piaget, los contenidos de las antologías de estos cursos, lo de un seminario que sobre los contenidos de estas antologías organizó la Universidad Pedagógica Nacional, y mi propia experiencia, comencé a darme cuenta que, los profesores de los niveles de preescolar y primaria tienen serias carencias de tipo teórico, conceptual y metodológico en relación con la enseñanza de las matemáticas. Me empezó a llamar la atención que uno de los conceptos matemáticos, analizados, que se sugerían tanto para preescolar como para primaria era el concepto de número (objeto de estudio de la investigación), y que sobre éste había desconocimiento por parte de una gran mayoría de los docentes. Además, el enfoque teórico sobre el que descansaba la enseñanza de este concepto era (y sigue siéndolo) la teoría psicogenética de Jean Piaget, de la que, por cierto, se percibía, había (y hay) una gran desinformación.

En esos cursos, pude darme cuenta que muchos profesores, aunque se han pasado la mayor parte de su vida profesional “enseñando matemáticas”, lo único que realmente

hacen es reproducir la forma en que ellos fueron enseñados (yo ya había pasado por esa experiencia). Que si bien es cierto que los alumnos aprenden matemáticas de la forma en que les enseñemos, también es cierto que siempre podemos mejorar lo que hacemos, evitando, sobre todo, muchos traumas en los que no lo logran.

Por ello, con el propósito de conocer si el contenido analizado en los cursos de “La Pedagógica”, que tiene que ver con las matemáticas en general, y del concepto de número en particular, es realmente transferido a la práctica, en las sesiones de trabajo de los profesores que son estudiantes y de los egresados de la Universidad Pedagógica de Durango, se realizó una investigación en el enfoque interpretativo, de tipo cualitativo, con un estudio de casos. Se partió de la idea de identificar los tipos de práctica (tendencias) que realizan los profesores estudiantes y egresados de la Universidad Pedagógica de Durango en sus escuelas de los niveles de preescolar y de primaria (Universo), buscando información acerca de, si se sigue, sólomente reproduciendo la forma en que ellos fueron enseñados, o si por el contrario, realizan una práctica innovadora, como se proyecta en el curriculum de matemáticas. Esto se planteó a partir de las afirmaciones que se hacen en relación a que las concepciones que sobre la matemática tengan los docentes determinan el tipo de práctica que realizan (Brousseau, 1989, citado por Carrillo y Contreras, 1995: 2; Clark y Peterson, 1990: 448-455). Esto constituyó el objetivo explícito de la investigación (de los dos que se plantean en la investigación).

Permea en la mayoría de nosotros un paradigma profundo, oculto, que gobierna nuestras ideas sin que nos demos cuenta. Creemos ver la realidad, cuando en realidad lo que vemos es lo que el propio paradigma quiere que veamos, y no podemos ver lo que el paradigma no desea que veamos (Edgar Morin, 1994: 421-442).

Thomas Kuhn (Citado por José María Sotomayor, 1989: 1-3), afirma que la ciencia avanza a base de crisis y rupturas, que implican cambios radicales en la concepción del mundo (revoluciones científicas), no a través de la acumulación de conocimientos, con una visión continuista, como Popper afirmaba. Para Kuhn, un paradigma es un “modelo o patrón aceptado” por los científicos de una determinada época, que casi siempre llega a ser vigente después de imponerse a otros paradigmas rivales. Una determinada disciplina se eleva al rango de científica, precisamente, cuando surge y triunfa el paradigma del cual participa.

La etapa precientífica y la constitución de un paradigma dan origen a lo que Kuhn llama ciencia normal. La transición de un paradigma en crisis a otro nuevo del que puede

surgir una nueva tradición de ciencia normal está lejos de ser un procedimiento de acumulación al que se llegue por medio de una articulación o una ampliación del viejo paradigma. Es, más bien, una reconstrucción del campo a partir de nuevos fundamentos; reconstrucción que cambia algunas de las generalizaciones teóricas del mismo; como resultado, el nuevo paradigma será incompatible en algunos aspectos con el anterior.

Por supuesto, los científicos que defienden el nuevo y el viejo paradigma poseen diferentes concepciones de lo que es la disciplina científica de la que se ocupan. Cuando cambia un paradigma el mundo cambia con él; esto implica un cambio en la forma de percibir los fenómenos (Sotomayor, 1989: 5). Tras la aparición y aceptación de un nuevo paradigma, por ejemplo, los supuestos de la investigación cambian radicalmente.

Hay muchas realidades y mundos paralelos que han aflorado como posibilidades gracias a investigaciones de este siglo XX (Lawrence Leshan y Henry Margenau, 1991: 18-40). La física cuántica, o de partículas, la teoría de la relatividad, la termodinámica, los Sistemas de Alta Complejidad y muchos otros dan fe de esto. A comienzos de siglo, la racionalidad mecanicista, lineal, cuantificadora, en fin, racionalidad cartesiana imperante hasta ahora comienza a ser cuestionada y, a medida que avanzaba el siglo, se iba sintiendo la necesidad de nuevos paradigmas, no sólo en la ciencia, sino en lo social, lo político, lo económico, etc. (FUNCOP-CIMA, 1998: 1-4; Leshan y Margenau, 1991: 25). Estos descubrimientos y avances de comienzos de este siglo, aún ahora, a fines del mismo, no han sido incorporados totalmente por la ciencia ni por la sociedad, a pesar de que la misma UNESCO (1986), con base en los trabajos del simposio: “La ciencia y las fronteras del conocimiento”, declaró a éste como el punto de partida e inicio de una reflexión encaminada a desarrollar un espíritu transdisciplinario y universal de la ciencia. Esto se hizo a través de un documento llamado: “declaración de Venecia”, el cual vendría a representar el nuevo espíritu científico y educativo (Ramón Gallegos Nava, 1986: 1-2).

El determinismo y predicción newtoniana de Descartes, Newton, Comte, Pasteur, Bacon, incluso Pitágoras, se tambaleó con la llegada de la mecánica cuántica. La física cuántica cuestionó muchas verdades que se creían inamovibles y demostró que no eran absolutas. Demostró que las cosas pueden ser y no ser al mismo tiempo: el electrón es energía y materia al mismo tiempo, no se transforma en energía y materia, sino que es. Debido a esto, un observador no podía averiguar en un momento dado la velocidad y el lugar que ocupa: el observador actúa sobre lo observado, así que, lo que determina es su interacción con lo observado. Con esto, no hay objetividad, sino una interrelación e interacción entre el observador y lo observado, entre el sujeto y el objeto, entre el

científico y la hipótesis, entre el médico y el enfermo, entre el sociólogo y la sociedad, etc., es decir, el mundo no es externo a nosotros, sino que lo que existen son redes que nos comunican y nos unen (Marcos Sarasola, 1998: 3-6; Ramón Gallegos, 1986, pp. 1-2; FUNCOP-CIMA, 1998, PP. 2-10; Marcos Sarasola, 1998: 3-15).

La física cuántica resquebraja la visión racionalista y reduccionista cartesiana (la tendencia en nuestro pensamiento de comparar lo mecánico con lo viviente). Esta teoría cuántica demostró que la naturaleza no está hecha de bloques de construcción o básicos que se ensamblan, sino que, es una red inteligente de relaciones que interactúan entre sí. Con estos elementos, lo que se pretende es que la ciencia, de acuerdo con sus mismos postulados, acepte la duda; ponga de lado la certidumbre; deje de comportarse como una nueva religión y permita el diálogo con otras racionalidades. Esta es una de las posibilidades que se presentan cuando se habla de un nuevo paradigma. Se debe tener cuidado de no caer otra vez, en dogmas y religiones que tiene respuestas para todo. No se trata, pues, de crear más dogmas, sino de abrir espacios de diálogo que acepten otras racionalidades no cartesianas (Marcos Sarasola, 1998: 7-10, FUNCOP-CIMA II parte, 1998: 1-8).

La realidad no transcurre fuera del investigador. Como dice Stake (1998: 89-90), la construcción del conocimiento parece iniciarse con la experiencia sensorial de los estímulos externos, incluso al principio, a estas sensaciones se les da un significado personal. Aunque se originan en una acción exterior solamente se conoce la interpretación interior. Sólomente sabemos que del estímulo exterior no queda registrado en nuestra conciencia y en nuestra memoria nada que no sean nuestras interpretaciones del mismo (Stake, 1998: 89-92).

Para Paul Watzlawick (1997: 3), se pueden distinguir dos realidades; para Stake (1998: 90), se pueden distinguir tres (que se reducen, también a dos). Para los dos existe una realidad de primer orden; externa, objetiva, independiente del hombre, capaz de estimularnos de forma simple, pero de la que no conocemos más que nuestras interpretaciones. Nadie puede acceder a ella por completo; sólo a retazos. Para Watzlawick, hay una realidad de segundo orden; la de las atribuciones hechas por el propio hombre; es decir, es un constructo humano, y no una verdad independiente del propio hombre. Para Stake, esta segunda realidad está formada por las interpretaciones del estímulo directo, una realidad experiencial que representa la realidad externa, de forma tan convincente que, pocas veces nos, damos cuenta de nuestra incapacidad de verificarla. La tercera realidad (sólo para Stake), es un universo de interpretaciones

integradas, nuestra realidad racional. Para éste, la segunda y la tercera se funden una con la otra (Stake, 1998: 90)

Apoyados en todas las ideas anteriores, podemos decir que, la llamada realidad, con que tenemos que tratar en educación es siempre una realidad de segundo orden, y es construida por medio de la atribución de sentido, de significado, o de valor, a la realidad de primer orden (Watzlawick, 1997: 5).

Este tipo de investigación (estudio de casos) se justifica a partir de considerar que el conocimiento es algo que se construye, más que algo que se descubre (Robert E. Stake, 1998: 89), y de considerar que las matemáticas son un quehacer humano (Godino, Batanero y Navarro-Pelayo, 1995: 4). Alrededor de ésta idea se ubica el pensamiento de Dilthey, de Windelband, de Rickert y de Weber (I. S. Kon, 1978: 69-139).

En investigación, los enfoques cuantitativo y cualitativo asumen, de alguna forma, posturas tanto filosóficas como epistemológicas diferentes. Por ejemplo, la búsqueda de relaciones causales, generalmente, de carácter lineal, por parte del enfoque cuantitativo tiene como origen la existencia de una aparente uniformidad en la naturaleza que hace suponer la existencia de leyes naturales que la rigen (generalizaciones). Es, por esta razón, que, el enfoque cuantitativo se adapta a las ciencias naturales. Este mismo esquema, dentro del ámbito de la investigación educativa, ha dado lugar a los modelos conductistas, tan de moda en los Estados Unidos de Norteamérica por la corriente de la psicología experimental.

Como una alternativa al paradigma cuantitativo en investigación educativa, apareció, durante los años sesenta, dentro del paradigma cualitativo, el modelo Interpretativo. Los investigadores, afiliados a esta perspectiva, no aprueban la uniformidad y el determinismo de las visiones positivistas de la realidad. Por el contrario, de lo que se van a preocupar es de indagar cómo los distintos actores humanos construyen y reconstruyen la realidad social mediante la interacción con los restantes miembros de la comunidad y, para esto, será indispensable tener en cuenta la interpretación que ellos mismos realizan de los porqués de sus acciones y de la situación general (J. Torres, 1984: 13).

En esa línea, Withelm Dilthey, filósofo (1833-1911), proyecta su acción filosófica a la metodología de las ciencias humanistas. Lucha por que se reconozca el mismo status epistemológico a las ciencias humanas que el de las ciencias naturales. El naturalismo, según él, se esfuerza en transformar las ciencias humanas en una réplica de las ciencias

naturales. Sitúa la comprensión por encima del conocimiento. Afirma que explicamos la naturaleza, pero comprendemos la vida espiritual. Lucha contra el idealismo trascendental, contra el positivismo. El objeto de la filosofía es para él la conciencia individual, no la social. Por eso, declara Dilthey: “para entender las vivencias de otra persona no hacen falta los conceptos generales”. Se declara en contra de los métodos objetivos en las ciencias del hombre. Las ciencias deben clasificarse de acuerdo a sus objetos (I. S. Kon, 1978: 106-110).

Para Wilhelm Windelband (1848-1915), la clasificación de las ciencias debe realizarse no en base a su objeto, sino en base a su método. A los objetos de las ciencias corresponden dos maneras distintas de pensar: la nomotética (generalizadora) y la ideográfica (individualizadora). La primera rige en las ciencias naturales; y, la segunda, en la historia. Como Rickert, Windelband clasifica las ciencias tomando como principio de división, la formación de los conceptos en las ciencias respectivas. La ciencia surge sólo merced a una transformación determinada por el sujeto. Windelband identifica el método de las ciencias naturales con el platonismo (Kon, 1978: 70-71).

Heinrich Rickert (1863-1936), desarrolló el sistema de valores de Windelband. Considera la ciencia y a todo conocimiento, como una “transformación” de la realidad. Niega, de hecho, no sólo la ciencia histórica, sino también “el conocimiento generalizador de la ciencia natural”, aunque formalmente reconoce iguales derechos a ambos métodos, niega la existencia de lo genérico en la realidad objetiva. En la realidad, de hecho, dice Rickert, sólo existe lo único, lo momentáneo, lo individual. En verdad sólo acaecen hechos particulares (I. S. Kon, 1978: 70-74).

Para Rickert, la característica “material” de la historia consiste en el hecho de que su investigación no es la naturaleza, sino la cultura, es decir, “todo lo que, o bien es creado directamente por el hombre, que actúa de acuerdo con una finalidad a la que atribuye valor, o bien, ya existía previamente y éste lo acepta en forma consciente porque está vinculado a su sistema de valores. De los prejuicios de los cuales libró Rickert a los historiadores burgueses, el más importante es la idea de leyes en la historia. Para Rickert los acontecimientos históricos son irrepetibles como un todo; él extrae la conclusión de que, en general, en la historia no hay repetición ni leyes constantes; de que, la historia no presenta nadamás que series causales singulares que no se pueden reducir a ley general alguna. Rickert considera que la selección de los hechos se relaciona con determinados valores de la cultura. La principal diferencia entre los fenómenos de la cultura y los de la naturaleza, dice, consiste en que los objetos de la cultura siempre encierran determinados valores (Kon: 74-76).

En contraste con la ley que existe en las ciencias naturales, que presupone la necesidad y la repetición de los fenómenos, Rickert propone la idea de la llamada “causalidad histórica individual”. Propone la clasificación de las ciencias en ciencia cultural y ciencia natural (Kon, 1978: 76-84; Gustavo Bueno, 1991: 18-24).

El punto de partida de Max Weber (1864-1920), es, en el fondo, el mismo de Rickert. Centra su atención en el aspecto activo del proceso cognitivo y atribuye una importancia decisiva, no al objeto real de la investigación, sino al punto de vista inicial del investigador. Adopta plenamente “el método individualizador” y la teoría de la “causalidad individual” (de Rickert). Los conceptos generales en la historia, no son más que un instrumento para el conocimiento de lo particular, de lo individual (Kon, 1978: 86-93).

La enseñanza de las matemáticas, en esta investigación, se plantea en el enfoque constructivista, por lo que el Marco Teórico se construyó en esa línea, sin embargo, es necesario aclarar que, a estas alturas, el enfoque teórico constructivista, como lo asentamos en su momento, se manifiesta insuficiente para dar cuenta de todos los supuestos que plantea la problemática abordada. Se recurrió a otras dos corrientes: el constructivismo radical (Watzlawick, Ernst Von Glazersfeld, Heinz Von Foerster et al) y el constructivismo social (algunos autores lo llaman construccionismo social, ver Paul Ernest, 1991, Bárbara Rogof). Además, dentro de la teoría cognitiva, tenemos dos corrientes, la psicología genético-cognitiva (Piaget, Bruner, Ausubel) y la psicología genético-dialéctica (Vigotsky, Wallon, según Ángel Pérez Gómez, 1992: 34-62); esta última, también llamada, por algunos, teoría sociocultural.

La didáctica “fundamental” de la matemática Propuesta por la “escuela francesa” ha alcanzado un status epistemológico más o menos sólido, aunque falta mucho por hacer. Esta escuela, se puede decir, tiende hacia una integración del constructivismo y del socioculturalismo, complementado con un construccionismo social y hasta con un enfoque que, en los últimos años, ha impactado la investigación matemática (sobre todo al concepto de número), se trata del enfoque teórico conocido como “el procesamiento de la información.

A partir de la consideración de los elementos ya mencionados, el paso siguiente en la investigación fue contactar a los “participantes” en la investigación, o sea, los profesores. Esto no fue fácil, pues, en este modelo (estudio de casos) del paradigma de investigación interpretativo, el contacto con las personas investigadas es directo,

teniendo la necesidad de que éstas estén de acuerdo en conversar (sobre cierta temática) y ser observadas (haciendo “su trabajo”), esto implica desde el principio establecer con ellos lo que Taylor y Bogdan llaman “rapport” (1996: 55-57), buscando establecer lo que se tiene en común, por una parte, y por otra, poder proyectar confianza, asegurándoles la confidencialidad de sus aportaciones. Esto implica un cierto grado de dificultad para encontrar quienes puedan y quieran participar. También implica que se tiene que considerar, dentro de lo posible, las personas más idóneas, lo que puede lograrse a través de todo un proceso de selección. A este proceso Glaser y Strauss (citados por Taylor y Bogdan, 1996: 108 y 155) lo consideran una “muestra teórica”. Ésta evoluciona a medida que el estudio progresa. Es importante subrayar que el consentimiento para el estudio debe ser negociado con cada individuo continuamente.

Ante la dificultad de realizar una investigación con toda la población, alumnos y exalumnos de Universidad Pedagógica, como los casos a estudiar, sólo se hizo con cuatro de ellos; dos de preescolar y dos de primaria. Buscando “representatividad”, se procuró que su preparación fuera diferente: dos de ellos son normalistas; dos son formados en lo que ahora se llama CAM (Centro de Actualización del Magisterio); uno estudió en el Plan '79 (Licenciatura en Educación Preescolar. No ha terminado); uno del Plan '85 (Licenciatura en Educación Preescolar y Primaria. Está por titularse); y dos del Plan '94 (uno es estudiante, el otro es pasante de la Licenciatura en Educación). Dos de ellos trabajan en medios que semejan bastante al medio rural (colonias “proletarias”), y dos trabajan en un medio socioeconómico con mucho apoyo de los padres de familia. Tres de ellos han sido mis alumnos en la Universidad Pedagógica, en cursos que tienen que ver con las matemáticas; uno de ellos sólo en cursos de verano. Se presenta la información en el siguiente cuadro 1:

PARTICIPANTE	E1	E2	E3	E4
AÑOS DE SERVICIO	13	12	17	12
FORMACIÓN BÁSICA	CAM	CAM	Normal Básica: Primaria.	Normal Básica: Primaria.
NIVEL ACADÉMICO	Estudiante de licenciatura.	Pasante licenciatura.	Pasante de licenciatura.	Estudiante de licenciatura.
OTROS ESTUDIOS	Normal Superior Especialidad: Matemáticas.	Normal Superior Especialidad: Inglés.	Curso de nivelación para preescolar.	Curso de nivelación para preescolar.
LUGAR DE TRABAJO	Colonia San Martín.	Colonia Dolores del Río.	Fraccionamiento Las Américas.	Fraccionamiento Las Américas.

Cuadro 1.

Siendo una de las características más importantes de la investigación cualitativa el atender más a los procesos que a los productos o resultados, este trabajo se ubicó en este enfoque, porque, como ya se ha dicho, la enseñanza en el enfoque constructivista también es un proceso; si pretendíamos identificar el tipo de práctica que realizan los profesores de preescolar y de primaria que son alumnos y egresados de la UPD, y el tipo de concepciones de la matemática (CM) y de la enseñanza de la matemática (CEM) que tienen los profesores de estos niveles, la alternativa más congruente es ésta.

A los profesores participantes se les aplicó una entrevista no estructurada a cada uno (ver anexo 1), pero, primero se realizaron pláticas con ellos; entre dos y tres, para lograr un ambiente de confianza (el rapport, según Taylor Y Bogdan); luego, se planeó una visita a su lugar de trabajo, para grabarlos en video, abordando un tema de matemáticas; para observarlos luego, aplicando la técnica llamada “de la estimulación del recuerdo”: Esta técnica consistió en que se les hizo otra entrevista, observando el video juntos (primero nadamás el investigador para planear la entrevista), cuestionándolo acerca de lo hizo y lo que pudo haber hecho de otra manera; buscando, sobre todo, que fuera él mismo quien se diera cuenta de las cosas que puede mejorar en su práctica. Esto se llevó, también, entre dos o tres visitas a sus aulas. Después de las entrevistas, también se les empezó a regalar fotocopias de reportes de investigación y de artículos sobre la enseñanza de la matemática. Esto se sigue haciendo, aunque haya terminado la investigación, que abarcó de febrero a junio. Se trabajó aproximadamente durante tres meses para el análisis de la información y la elaboración del escrito.

Para hacer la interpretación de los datos obtenidos de las entrevistas y de las observaciones, se utilizó la técnica llamada “Análisis de Contenido” (Madeleine Grawitz, 1984: 143-184). Berelson (citado por M. Grawitz, 1996: 145), la define como una técnica de investigación de la descripción objetiva, sistemática, y ya no necesariamente cuantitativa (en este caso cualitativa), del contenido, en este caso, implícito, de las comunicaciones, que tienen por objeto interpretar.

Con esta técnica, se interpretaron tanto los informes de las entrevistas personales y las observaciones realizadas a cada uno de lo participantes (informantes: “E”). Dentro de los diversos tipos de análisis de contenido (Madeleine Grawitz, 1984: 148) la de tipo “cualitativo” estuvo durante mucho tiempo desterrada del análisis de contenido. Para George (citado por M. Grawitz, 1984: 149), la diferencia esencial entre el análisis cualitativo y el análisis cuantitativo es que, el primero se apoya en la *presencia* o *ausencia* de una característica determinada, mientras que en el segundo se investiga la *frecuencia* de los temas, palabras y símbolos recogidos.

En el análisis cualitativo, más importante que la noción de presencia o frecuencia es la noción de importancia. En el análisis cuantitativo, el criterio de lo importante está en el número de veces. En el análisis cualitativo, la idea de la importancia está en lo novedoso, lo interesante, lo valioso de un tema, siendo este criterio evidentemente subjetivo (p. 149). En las tendencias actuales, cuantitativo y cualitativo no se excluyen ((M. Grawitz, 1984: 154)

Se consideró como **“unidades de observación”** cada uno de los enunciados correspondientes a una misma pregunta con una ligazón sintáctica o semántica, o bien ambas, y las acciones correspondientes a su práctica docente. Éstas se encontraron dentro de una respuesta o acción concreta, o a través de varias respuestas o acciones coordinadas, incluyendo la propia opinión de cada participante sobre las interpretaciones que sobre ellos hizo el investigador (triangulación, para validar el trabajo, ver Taylor y Bogdan, 1996: 91-94; M. Grawitz, 1984: 179; Goetz y LeCompte, 1988; Martyn Hammersley y Paul Atkinson, 1994: 216-218). Además, en una unidad de información el sujeto puede ofrecer datos sobre uno o más indicadores de las categorías.

En este trabajo, el análisis de contenido se utilizó para estudiar “lo que intenta decir” (M. Grawitz, p. 155-157), intentando interpretar no sólo lo manifestado, sino lo que estaba latente en cada uno de los profesores participantes. En este sentido, el análisis de contenido no es solamente una técnica, sino un modo de plantear, intentando aportar elementos que permitan resolver problemas de sociología y psicología social, como lo educativo (M. Grawitz, 1984: 160).

Después de haber obtenido los datos, el siguiente paso fue hacer propiamente el análisis de contenido. Para esto, a partir de la precisión del objetivo, se consideró importante tomar en cuenta la definición de las categorías; éstas, dice Madeleine Grawitz (1984: 161), deben surgir del contenido. El análisis descriptivo, como es el caso, se hace detector de un contenido latente.

Las categorías que se usaron para la interpretación de la información obtenida de las entrevistas y de las observaciones se tomaron del trabajo de Carrillo y Contreras (1995). Ellos realizaron una investigación: “Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza”, a partir de un estudio de casos con nueve profesores de matemáticas. La aportación más importante de esta investigación es un sistema de categorías e indicadores que facilitan una caracterización detallada del posicionamiento del profesor ante la matemática y su

enseñanza. En el trabajo, se hace la presentación de las relaciones encontradas entre tales concepciones, y el abanico de posibilidades de esas relaciones.

En la investigación “Cómo enseñan los profesores de preescolar y de primaria el concepto de número”, para la identificación de las Concepciones sobre la enseñanza de la matemática (CEM) se contrastó lo informado por cada uno de los entrevistados con lo observado en su trabajo dentro del aula. Se partió de un modelo de cuatro tendencias didácticas: **tradicional, tecnológica, espontaneísta e investigativa**. Las tendencias didácticas se identificaron y se definieron de acuerdo a las siguientes categorías (R. Porlán, 1992, citado por Carrillo y Contreras, 1995: 81): **Metodología, sentido de la asignatura, concepción del aprendizaje, papel del alumno, papel del profesor y evaluación**. Con 35 indicadores por tendencia.

Las categorías de las concepciones sobre la matemática (CM) tiene su origen en los trabajos de Paul Ernest (1989-199, citado por Carrillo y Contreras, 1995: 82) y en aportaciones de estudios similares de Lerman (1983), Skemp (1978) (citados por Carrillo y Contreras, 1995: 82). Las tres tendencias son: **instrumentalista, platónica y resolución de problemas**. Las categorías son: **tipo de conocimiento, fin** (de la construcción del conocimiento matemático), y **modo de evolución** (de la matemática).

La elección de las categorías es la base esencial del análisis de contenido, pues, como vemos, establece el vínculo entre el objetivo de la investigación y los resultados, es decir, según este caso, la construcción de teoría para la apertura de un campo de investigación: la didáctica de la enseñanza de conceptos matemáticos como el de número.

Se cree que las categorías reúnen las características que deben satisfacer para asegurar la validez del análisis: **exhaustivas, exclusivas, objetivas y pertinentes** (M. Grawitz, 1984: 162). Estas categorías provienen del propio documento, pues, precisamente, se consideró inoperante construir todas las categorías de nuevo, ya que el marco teórico sobre el que descansa este trabajo recupera, en esencia, los conceptos que están implicados en todas las categorías. Por eso, y considerando el gran trabajo realizado por Carrillo y Contreras (1995) para ofrecernos su “Modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza”, se tomó este modelo, pues, se ajusta a los objetivos de esta investigación, en cuanto al análisis de las concepciones que sobre las matemáticas y su enseñanza tienen los profesores de los niveles estudiados.

Es pertinente comentar que tras haber obtenido la información proporcionada a través de las entrevistas, inmediatamente se procedió a hacer su interpretación (mientras, se preparaba la visita para grabar el video), proporcionándoles a cada uno de los participantes una copia para que fueran enterándose de las interpretaciones que de ellos se estaban haciendo. Luego de grabar el video y hacer la entrevista para obtener información, se hizo lo mismo, proporcionar a cada informante la interpretación correspondiente, e ir recogiendo sus opiniones. Después, se elaboraron los modelos mentales de los participantes, los cuales, también, les fueron proporcionados a cada uno de los participantes, para su conocimiento y aprobación. Por último, se entregó a cada participante, la parte del documento llamada resultados y conclusiones, también, para su conocimiento y aprobación.

Ante el problema de la validez y fiabilidad, tenemos que preguntarnos ¿ Es preferible una medida exacta o unos datos muy valiosos?. Se cree que la información que se obtuvo a partir de la aplicación de las entrevistas y las observaciones es muy importante; lo que justifica el análisis cualitativo que se realizó. El problema eterno de la investigación en las ciencias sociales (M. Grawitz, 1984: 176-177) es que, en el análisis cualitativo, lo más importante es la presencia o ausencia de un elemento, no su frecuencia.

Las entrevistas que se hicieron a los profesores participantes fueron transcritas, completamente para un mejor análisis y se incluyen en el anexo 1. Las interpretaciones de los dos momentos, entrevista y observación de clase grabada en video, con la técnica “Estimulación del recuerdo”, se triangularon para dar validez a los resultados obtenidos. La información de ambos momentos, permitió la elaboración de los retratos epistemológicos de los participantes. Finalmente, se le proporcionó a cada uno de ellos una copia de los borradores donde se hizo la interpretación de sus prácticas y de las concepciones que subyacen a éstas, pidiéndoles su opinión, para complementar la validación del trabajo.

Por último, se elaboró el informe escrito con los resultados y conclusiones.

Capítulo V.- Resultados y conclusiones.

V.1.- Resultados.

De acuerdo con Taylor y Bogdan (1996: 91-93), Madeleine Grawitz (1984: 179), Martyn Hammersley y Paul Atkinson (1994: 216-221), Goetz y LeCompte, 1988: 68-78), en una investigación de corte cualitativo, la validez de los resultados obtenidos a través de entrevistas necesita de otra técnica para algunos método: la triangulación. El

principio básico que subyace a la idea de triangulación es el de reunir observaciones e informes sobre una misma situación (o sobre algunos aspectos de la misma), en este caso las entrevistas y las observaciones sobre la práctica que realizan los profesores participantes, para compararlos y contrastarlos. También, Taylor y Bogdan (1996: 158) recomiendan que los investigadores permitan a los informantes que lean los borradores, con las interpretaciones sobre ellos, para controlar su validez. Se le proporcionó una copia a cada profesor participante para que la leyera y dieran su opinión sobre las interpretaciones que sobre él se hicieron.

Por otro lado, Taylor y Bogdan (1996: 106-107), dicen que, tanto la conversación como las entrevistas son susceptibles de producir las mismas falsificaciones, engaños, exageraciones y distorsiones característico del intercambio verbal entre cualquier tipo de personas. Pueden darse dos situaciones: una, que aunque este intercambio puede proporcionar comprensión sobre el modo en que piensan y sobre el modo en que actúan, es posible que haya una gran discrepancia entre lo que dicen que hacen y lo que realmente hacen; otra, que las personas dicen y hacen cosas diferentes en situaciones y momentos también diferentes.

Coincidiendo con esto, Díaz Barriga menciona que en las entrevistas a profundidad (como en este caso) se parte de la concepción psicoanalítica:

“A través de este tipo de entrevistas se busca acceder a datos que vayan un poco más allá de lo que habitualmente se reconoce como lo objetivo, lo dado, lo que forma parte del mundo. El pensamiento ‘pichoneano’ lo llama concepto latente; el ‘lacaneano’ lo llama el imaginario. Ambos se refieren a una serie de significaciones que porta todo sujeto social y que, en general, no se permiten que emerjan en una situación de investigación, pues, se consideran ‘fuera de los datos científicos’, o reconocerlas como elaboraciones personales de los sujetos. ‘Los significados que el sujeto asigna a una experiencia son personales, son íntimos, sólo pueden ser reconstruidos por su propia palabra’ (1995: 113).

A partir de estas consideraciones, en esta investigación se creyó conveniente triangular la información obtenida a través de entrevistas no estructuradas y a profundidad con información obtenida por medio de la observación de sesiones de clase, grabadas en video. Esto permitió contrastar lo que los entrevistados dicen que hacen a partir de sus concepciones sobre la matemática en general y del concepto de número en particular, y lo que realmente hacen.

Todas estas y otras consideraciones fueron tomadas en cuenta en la realización de la investigación. A continuación se presentan los resultados obtenidos:

Como parte importante de los resultados, se elaboraron los “modelos mentales” o retratos epistemológicos de cada uno de los profesores investigados (complemento del objetivo de la investigación. Ver Anexo No 1); se dio una copia a cada participante, para su conocimiento y para escuchar sus opiniones y objeciones (y para darle validez a la investigación) .

Se puede decir que se encontró lo algo semejante a lo encontrado por Carrillo y Contreras (1995: 91) (ver anexo 2); que los profesores no realizan su práctica docente en la enseñanza de la matemática apoyados en una concepción didáctica (modelo didáctico concreto), coherente; es decir, apoyando, por ejemplo, una práctica innovadora en matemáticas, con concepciones sobre la matemática, también innovadoras.

Por los datos obtenidos, se puede inferir que todos los profesores entrevistados, llamémoslos **E1, E2, E3, E4**, realizan una práctica diferente entre ellos; diferente de la que ellos dicen que hacen, al menos, en algunas situaciones, y diferente en cada momento que se pudo observar.

Por ejemplo, **E1** en relación al modelo de concepción de la matemática (**CM**) manifiesta una **Concepción Platónica de la matemática**, pues, amén de otras cosas, la concibe como “La ciencia que le proporciona al alumno la capacidad de razonar, de analizar las cuestiones para deducirlas de una mejor manera” (Según Carrillo y Contreras (1995: 81-82); pero en relación con su concepción de la enseñanza de la matemática, ésta se mueve desde la **Tendencia tradicional hasta la tendencia investigativa**, ya que, aunque, por una parte, se apoya en el juego como recurso didáctico, en las sesiones que se le pudo observar, cuando se grabó en video, sí fue explícito al invitar a los niños a jugar mientras trabajaban, pero, en otra ocasión en que me invitó a observarlo, este aspecto tan importante lo omitió, y sólo lo hizo hasta que se le sugirió que lo hiciera, en el trabajo grupal; por otra, no ha podido trascender la **Tendencia Tecnológica** cuando insiste en que los niños pueden aprender los números a través de una cancioncita, que implica un aprendizaje verbalista, memorístico y mecánico (**Papel del Profesor**). Tampoco ha podido trascender la **Tendencia Tradicional**; cuando insiste demasiado en que los niños pongan atención a lo que él dice, a sus indicaciones (se sugiere leer los protocolos de entrevistas en el anexo 1); sin reflexionar que, o bien los niños ya se cansaron de lo que están haciendo, no les interesa “eso” que el maestro les planteó, o

bien, no son claras las reglas que, además, sólo propone el maestro. Por momentos, **E1** está trabajando en la **Tendencia Espontaneísta**, pues, propone a sus alumnos actividades de manipulación de modelos, en una clara actividad experimental (**Metodología**), sin embargo, parece no importarle tanto los conceptos como los procedimientos.

También **E2**, en cuanto a su modelo de concepción de la matemática (**CM**), proyecta una **Concepción Instrumentalista de la matemática**; pues, desde la entrevista, su definición fue en la línea de considerar a la matemática desde una perspectiva pragmática; la creación y uso de algoritmos el principal impulsor de la construcción del conocimiento matemático (**Modo de evolución**), ya que, en su respuesta, en la primera entrevista, dijo: “La conceptualizaba nadamás que eran los algoritmos... de que es un algoritmo a resolver”. Ya en la segunda entrevista, menciona: “El concepto de matemática, bueno, pues, abarca mucho; abarca muchos aspectos, en el aspecto de que se tiene que analizar, o sea el número tiene muchas formas de analizarlo... el concepto va ligado, pues tiene que ir el concepto matemático ahí ¿verdad?; entonces, tiene que ir con una, o sea, en el niño tiene que inculcarse el concepto matemático; no nadamás mecánicamente, sino que, el niño vaya analizando el por qué de la formación de números”. Su concepción sobre la enseñanza de la matemática (**CEM**) es más difusa; no está nada clara la forma en que afirma se debe trabajar la matemática en la escuela, y la forma en que lo hace, parece estar en la **Tendencia Espontaneísta** y a momentos en la **Tendencia Investigativa**, pero, por la forma en que establece la relación con sus alumnos, de dependencia hacia la maestra, con una tendencia a la repetición sucesiva de ejercicios tipo, parecía que importaban más los procedimientos que los conceptos (**Metodología**). Parece partir de la creencia de que el aprendizaje se produce a través de un proceso inductivo (**Concepción del aprendizaje**). La atención a lo que dice y hace el maestro tiene una alta relevancia. Tampoco induce a los niños a que establezcan hipótesis; que permitan a los niños poner en juego sus esquemas, preguntándoles cómo llegaron a sus resultados y si podrían hacerlo de otro modo.

E3 sobre su concepción sobre la matemática (**CM**) manifiesta una proyección hacia la **Concepción Instrumentalista de la matemática**; pues, concibe a la matemática como un conjunto de resultados, cuya verdad no está sujeta a discusión o revisión (**Tipo de conocimiento**); ya que, para ella, “la matemática es algo muy complejo...pues, aquí en preescolar, las matemáticas consisten en contar, conocer colores, conocer tamaños...”. Su concepción sobre la enseñanza de las matemáticas (**CEM**), por la información proporcionada por ella en la entrevista y por lo observado en la clase grabada en video se puede ubicar, en la **Tendencia Tradicional**, pues, parece seguir una programación

prescrita, externa a ella y rígida (**Metodología**). Veamos sus comentarios: “...yo estoy iniciando en este año de ponerle interés, de practicar, de aprender, de experimentar con mis niños las matemáticas, con una secuencia bien de acuerdo a lo que nos manda el programa...”

A **E4** se le puede ubicar, en relación al modelo de concepción sobre la matemática (**CM**), dentro de una mezcla de lo que se llama **Concepción instrumentalista de la matemática** y **Concepción Platónica de la matemática**, pues, concibe a la matemática como un conjunto de resultados. En la práctica, plantea situaciones- problema, pero se centra en encontrar resultados, a partir de un algoritmo. No motiva a los niños a establecer hipótesis, cuestionándolos clínicamente (¿qué hiciste para llegar a ese resultado? o, este niño tiene otro resultado diferente al tuyo, ¿quién está correcto?); recurre al manejo de objetos concretos, pero sólo los toma en cuenta como si fueran representación y sólo sirvieran para contar (igual servirían los dedos de la mano), igual que unos dados (**Tipo de conocimiento**). En la entrevista, definió la matemática así: “Es el aprendizaje de más que nada lo que ve uno en el Jardín, es de la cuestión de los números, el aprendizaje de la Geometría, de las clasificaciones, de todo eso” (**Concepción Platónica de la matemática**). Para ella, el fin que persigue la creación del conocimiento matemático es el desarrollo de otras ciencias y técnicas. Cuando se le insistió sobre una idea más general, dijo: “Pues, será como la disciplina en la que... pues, que nos ayuda a conocer más; pues... ¿qué será?. Será de cómo está constituido el mundo en cuanto ¿cómo le diré?, no encuentro palabras”.

E4 imprime un entusiasmo contagiante a su práctica, por eso, de acuerdo a Carrillo y Contreras (1995), identificamos que, en su práctica docente mantiene una postura que, en relación a su concepción sobre la enseñanza de la matemática (**CEM**), se puede ubicar entre la **Tendencia Espontaneista** y la **Tendencia Investigativa**. Parece interesarse más por los procedimientos que por los conceptos; más por los algoritmos que por los procesos lógicos que implica la situación-problema; más por lo mecánico que por la comprensión de lo que hace. Plantea situaciones-problema (**Tendencia Investigativa**) que, se nota, provocan conflicto cognitivo en los niños (Kamii). Se ven motivados, sin embargo, no permite que sean los propios niños quienes intenten resolverlos (**Tendencia Tradicional**) con sus propios esquemas de acción (según Piaget); no les da tiempo suficiente para que lo hagan. Parece preocuparse más del desarrollo del programa que del desarrollo de los niños.

Su opinión sobre la enseñanza de la matemática es un poco desconcertante; pues, parece ubicarse en la **Tendencia Investigativa**; sin embargo, contesta sólomente que,

“jugando” es como enseña la matemática; deja de lado lo relativo al planteamiento de problemas.

Algo que es necesario aclarar es que, en el nivel de preescolar; por el método de proyectos que manejan, se supone que siempre, antes de abordar algún contenido, las educadoras encuestan a los niños sobre lo que le gustaría trabajar al siguiente día (Método de proyectos); esto ubicaría a las mismas educadoras, *automáticamente*, en la **Tendencia Investigativa**, por estar tomando en cuenta a los niños en el diseño didáctico (**Papel de alumno**), lo que habría que ver es, si se hace realmente tomando en cuenta los principios de la didáctica constructivista de las matemáticas.

Las actividades de **E1**, al trabajar en la construcción del concepto de número, aunque apoyadas casi siempre en el juego y en el planteamiento de situaciones-problema, no dejan de estar orientadas en la línea del conteo, dejando de lado las operaciones (o preoperaciones) lógicas, pues, no impulsa a los niños al establecimiento de hipótesis por medio de preguntas clínicas o críticas, de cuestionamientos que lleven a los niños a la reflexión, convirtiendo el objeto aprendido, por medio de sus acciones físicas y/o mentales en instrumento, primero, para resolver ese problema (conflicto cognitivo según Kamii), y en conocimiento (Piaget e Inhelder), que en una nueva situación- problema podrán ser puestos en acción nuevamente (Ingeniería Didáctica).

Las actividades de **E2**, al abordar el concepto de número, aunque apoyadas en el juego y en el trabajo grupal, no dejaron de evidenciar una tendencia clara hacia el conteo, pues, no se dio un cuestionamiento por parte del docente con la idea de que los niños establecieran hipótesis que les permitieran luego planear acciones físicas y/o mentales, y que, apoyadas en esquemas que contemplaran las nociones u operaciones (para algunos preoperaciones) lógicas, les permitieran encontrar respuestas a las situaciones-problema que planteaba la maestra, esto, porque si no se cuestiona a los niños sobre si sus respuestas son o no correctas y por qué lo son, no habrá posibilidades de trascender en nuestras actividades, como docentes, lo pragmático, lo mecánico y lo memorístico, atendiendo únicamente a los procedimientos, a las reglas; dejando de lado lo que Regine Douady *et al* dice (Ingeniería didáctica): que los contenidos matemáticos abordados en clase, tienen una doble función: ser instrumento y conocimiento (lo útil-objeto).

E3 al abordar el contenido de matemáticas (primer grado de Jardín), que en preescolar tiene que ver con la construcción del concepto de número, en su caso lo relativo a la seriación, manifestó una tendencia al conteo. No impulsa el trabajo grupal; incluso el uso del juego como recurso importante se deja de lado. El recurso a la resolución de

problemas para el aprendizaje de las matemáticas no se toma en cuenta. Tiene, sin embargo, la idea de que el error es necesario como etapa constructiva.

E4, cuando abordó el contenido matemático, lo hizo partiendo del planteamiento de problemas, invitando siempre a los niños a jugar; sin embargo, no recurrió al trabajo en equipos (aprendizaje grupal). Al organizar las actividades sugirió a los niños el uso de objetos para ayudarse en la resolución de los problemas, sin embargo, al utilizar dados, para que los niños cuenten, redujo su trabajo a actividades relacionadas con el conteo, pues no cuestiona clínicamente a los niños para saber qué es lo que están haciendo y pensando. Parte del nivel simbólico y no del concreto. A la hora de validar lo que los niños hicieron, fue siempre ella misma quien dijo cuándo la solución era la correcta; no dejó que fueran los propios niños quienes evaluaran las situaciones. Considera al error como algo necesario para que los niños lleguen la construcción de conocimientos sólidos.

E1, desde que se le invitó a participar en la investigación, manifestó mucho interés en participar en esta investigación, pues, a decir de él, siempre había sentido seguridad de hacer bien su trabajo, incluso en relación a las matemáticas; pero, a decir de él, a últimas fechas le había nacido la inquietud de saber si realmente lo hacía bien, según el punto de vista de alguien más, y agregó: “Qué mejor si es alguien que me pueda orientar sobre cómo hacerlo, en caso de que no lo haga bien, o si sí lo hago me pueda asegurar que está bien”. Todavía después de la observación conjunta del video, seguía sintiendo que eso le había servido para cambiar su actitud, pues, a decir de él mismo, al observarse en el video se dio cuenta de que comete algunos desatinos en su participación como guía, como facilitador de los aprendizajes de sus alumnos.

Al darle a leer a **E1**, las interpretaciones de la entrevista con él y de la observación en el video de su trabajo en el aula, manifestó que sigue sintiendo que esta experiencia le ha servido mucho para saber, por medio de otra gente, lo que está haciendo, cómo lo ha estado haciendo y, sobre todo, cómo puede mejorarlo, para bien de sus alumnos.

Cuando se invitó a participar a **E2** en la investigación, accedió de manera muy entusiasta; y todo fue muy bien, sin embargo, se presentaron imponderables: llegamos cinco minutos tarde a la grabación en video de una sesión de trabajo de las matemáticas. Eso, a decir de **E2**, la puso nerviosa. A partir de ese momento se notó un poco indiferente. Considero necesario comentar que en la investigación en ningún momento se habló de evaluar el trabajo de los mismos, sin embargo, ella siempre se sintió

evaluada. Al término del análisis de datos se le proporcionó una copia del borrador de la interpretación de las entrevistas.

E3 cuando leyó el borrador, comentó que esta experiencia le permitió revalorar su trabajo, pues, hacía tiempo que su directora le decía que trabajaba muy bien, pero sin embargo ella no lo sentía así. Al verse y analizarse en el video, se dio cuenta de que es capaz de hacer bien su trabajo, aun con los niños de primer grado. Mencionó, además, que el poder grabar en video el trabajo de los docentes y luego analizarlo permite mejorar lo que uno hace.

E4 dice que su participación en la investigación le permitió autoevaluarse y que ella siente que hace su mejor esfuerzo, pero que esta oportunidad le permitió darse cuenta de que aún hay muchas cosas que mejorar, ya que siempre podemos mejorar lo que hacemos (una actitud muy positiva de su parte). Reconoce, que aún hay ciertas cuestiones teóricas que no ha hecho suyas y, algunas otras que todavía no recupera en su práctica, pero que la información que se le ha proporcionado en documentos que se le facilitaron le permitirán hacerlo; para incorporar ese algo que siente le falta a su práctica para ser mejor.

En el siguiente cuadro 1, se observa un resumen de los resultados obtenidos en relación con las concepciones sobre la matemática, sobre la enseñanza de la matemática, sobre el concepto de número, sobre el número, sobre los errores matemáticos, sobre el juego, sobre el desarrollo y el aprendizaje y sobre la evaluación:

RESULTADOS

	E1	E2	E3	E4
Concepción sobre la matemática:CM	Platónica	Instrumentalista	Instrumentalista	Instrumentalista y Platónica
Concepción sobre la enseñanza de la matemática: CEM	En la entrevista: Investigativa. En la práctica: Investigativa con matices de espontaneista y Tecnológica. ¿Tradicional?	En la entrevista: Tecnológica con matices de espontaneista. En la práctica: Tradicional con atisbos de espontaneista.	Tanto en la entrevista como en la práctica: Tradicional.	En la entrevista: Espontaneista e Investigativa. En la práctica: Tradicional.
Concepción sobre el Número.	En momentos Habla de No. y en momentos de C. de		Casi siempre habla de número.	Habla siempre de número.

	número.			
Concepción sobre el concepto de Número.	Da más peso al conteo que a la estructuración lógica. Tiene información que no puede aplicar.	Conteo: (postura Gestáltica).	Le da mucho peso al conteo, que combina con la construcción lógica.	Aunque habla de seriación y clasificación, todo lo termina con actividades de conteo.
Concepción sobre los errores matemáticos.	Le falta información. Se contradice.	Le falta información; sobre todo seguridad al usarla.	Su discurso, en la entrevista, es congruente con su práctica.	En la entrevista, bien. En la práctica no aplica el discurso.
Concepción sobre el juego.	Tiene la información, pero no la aplica siempre.	Tiene la información, no se ha atrevido a usarla.	Habla bien de él, pero no usa como recurso didáctico.	Utiliza el juego, pero, no permite a los niños se organicen ellos.
Concepciones sobre el desarrollo y sobre el aprendizaje.	Maneja el discurso y toma postura a favor del desarrollo.	Olvidó la información.	Manifiesta desinformación.	Evadió dar respuestas. Ver anexo 1 (protocolo de entrevista).
Concepción sobre evaluación.	Los niños no participan (casi administrativo).	No participan los niños. Hay desinformación.	Utiliza sólo la observación. No participan niños.	Prefiere la observación (no método clínico).

Cuadro 2

V.2.- Conclusiones.

Cuando se hace una investigación es porque se percibe un problema. Muchas veces éste no es tan obvio para todos, tal vez porque siempre observamos con base en una teoría lo que sucede a nuestro alrededor (Juan Delval, 1982). En ocasiones suceden cosas y ni por enterados nos damos. Lo que no se puede negar es que cuando se hace una investigación es con el propósito de llenar un vacío teórico, complementar alguna teoría, o bien, construir una teoría que explique y ayude en la solución de un problema.

En este caso (que parece corresponder al último propósito), lo que se considera problema es lo que a nivel mundial tiene preocupados a muchos matemáticos, filósofos, educadores, investigadores, didactas, pedagogos, psicólogos: cómo lograr que los alumnos de todos los niveles logren aprendizajes significativos, duraderos, con comprensión, que permitan la emergencia de personas auténticas, que piensen y no sólomente repitan, que sean capaces de luchar por sus derechos, que no se dejen embaucar fácilmente con discursos incongruentes y repetitivos, que sean críticos pero también propositivos, participativos y responsables de sus acciones; pero, sobre todo, cómo lograr que los docentes de todos los niveles puedan convertirse en facilitadores de esos aprendizajes.

En esta investigación, uno de los objetivos es la identificación del tipo de práctica (tendencias) que realizan los profesores de las escuelas de los niveles de preescolar y de primaria en relación con las matemáticas en general y del concepto de número en particular. Como parte de éste, la preocupación mayor fue poder describirlas, identificando las concepciones sobre la matemática y las concepciones sobre la enseñanza de la matemática (modelo mental o retrato epistemológico), que subyacen en estas prácticas.

Podemos decir que, como los resultados de la investigación lo confirman, los profesores investigados de estos niveles realizan unos tipos de prácticas que difieren entre los distintos profesores, entre los diferentes niveles y momentos en que éstas se dan. Hay desconocimiento de parte de los profesores de preescolar de lo que hacen los profesores de primaria, y a la inversa (al menos en lo que concierne a matemáticas). Esto se puede afirmar porque en ningún momento mencionan, los de preescolar, que lo que ellos inician podrá luego, en primaria, ser complementado, y los de primaria tampoco mencionan que lo que ellos hacen es la continuación de lo que los niños han logrado en preescolar.

Ninguno de los profesores investigados, cuya antigüedad en el servicio va de los 12 a los 17 años, realiza una práctica innovadora (tendencia Investigativa) apoyada en una concepción innovadora de la matemática (de resolución de problemas).

Tres de los cuatro informantes se ubican en el nivel más tradicional, en cuanto a su concepción sobre la matemática (concepción Instrumentalista), otro tiene una concepción Platónica, y uno de ellos tiene una concepción que va de la Instrumentalista a la Platónica; pero todos realizan una práctica con una concepción sobre la enseñanza de la matemática que va desde la tendencia tradicional, pasando por la tecnológica y la espontaneísta, hasta la investigativa.

La investigación también permitió comprobar que sólo un profesor tiene una concepción Instrumentalista y realiza una práctica Tradicional. También se encontró con que ninguno realiza una práctica innovadora respaldada con una concepción, también, innovadora. Los demás, se mueven desde una concepción sobre la matemática Instrumentalista hasta una concepción Platónica, y, desde una concepción Tradicional hasta una concepción Investigativa. Aunque algunos parten del planteamiento de problemas para el aprendizaje de las matemáticas, sin embargo, se quedan sólo en los resultados, marginando los procesos. Esto permite inferir que hay un gran vacío teórico, al parecer por la falta de “información”.

Algo común en los profesores informantes, es que no alcanzan a identificar que sus acciones en relación a la “enseñanza” del concepto de número son realizadas inconscientemente en el enfoque del conteo, y no en el constructivista piagetiano; señalado en los programas oficiales, haciendo una mezcla metodológica que en ocasiones confunde a alumnos y docentes, y que finalmente tiene todas las características de una ‘práctica tradicional’.

Podemos afirmar, pues, que en todos predomina el enfoque del conteo, que representa una postura no tan definida ya que implica el contar para aprender matemáticas; sobre todo el número; recurrir a técnicas de conteo y, sobre todo, pensar que las matemáticas se aprenden a base de entrenamiento, repetición y memorización de lo que “enseña” el maestro.

No se pretende descalificar este enfoque (ver Baroody, 1988), pues, tiene el reconocimiento de mucha gente que ha sido formada, o bien trabaja o ha trabajado apoyada en él. Tampoco podemos decir que abordar el concepto de número apoyados en éste es incorrecto, o que quien lo haga sus alumnos no aprenderán nada, no, lo que se desea es aclarar que, en principio, hay un currículum oficial, sabemos que su apoyo teórico es el constructivismo. ¿Se reconoce al constructivismo como el paradigma dominante en México?. Se acepta, por parte de una gran cantidad de gente dedicada a la investigación educativa, en el ámbito no anglosajón, y por algunos en el mismo ámbito anglosajón, que, en este momento, el constructivismo ofrece una mejor explicación de todo lo relativo al aprendizaje y a la misma enseñanza. Este paradigma proporciona más elementos en la resolución de los problemas que plantea la educación en general y la educación matemática en especial.

Es posible que el cien por ciento de los profesores hayamos sido “enseñados” de la forma que ahora llamamos tradicional. Que aprendimos matemáticas nadie lo puede dudar (hay quienes son destacadísimos matemáticos, físicos, trabajadores triunfadores en general). Habría que considerar que de acuerdo a las investigaciones realizadas por Piaget, Vygotsky, Bruner, Ausubel y muchos más, la forma en que fuimos ‘enseñados’, en su momento fue la mejor, pero al paso del tiempo se ha encontrado que esa forma dejaba de lado, descuidaba aspectos que en nuestros días se consideran vitales, socialmente hablando; valores (honestidad, autonomía, dignidad, solidaridad, amor a la verdad, respeto a los demás, respeto a la vida, a la naturaleza, etc.) y actitudes.

Por todo esto y porque como dijo Piaget: “el niño aprende con el maestro, sin el maestro y a pesar del maestro”, se considera una responsabilidad de cada uno de nosotros el que si bien con una didáctica o metodología tradicional logramos ‘buenos aprendizajes’, intentar al menos, incorporar lo que algunos otros llaman ‘condimentos’, de esos aprendizajes. El constructivismo ya de por sí implica que los niños tengan que construir sus propios aprendizajes, haciéndose responsables ellos mismos (autonomía intelectual); también implica considerar a la matemática como una actividad humana y cuyo producto (aprendizaje) es social.

El que los profesores hagamos consciente la necesidad de enriquecer nuestra práctica con actitudes democratizantes, que permitan a cada alumno la misma oportunidad de aprender participando, podrá llevarlo cuando sea adulto a ser consciente siempre de la idea de que su participación es importante en todo lo que tiene que ver con su vida; que esta participación debe ser un derecho (ver el abstencionismo en los comicios, ver el conformismo en los sindicatos). Cuando participe grupalmente en su aprendizaje (aspecto omitido por la mayoría de los docentes de todos los niveles, lo mismo que el juego) podrá comprender, además de los contenidos abordados, que el trabajo grupal (en equipo) potencia las posibilidades, tanto de aprendizajes como de realizaciones personales.

Curricularmente el enfoque constructivista plantea que las matemáticas son un producto social, que para aprenderse es necesario tomar en cuenta las necesidades e intereses de nuestros alumnos, y que se debe partir siempre del planteamiento de un problema o algo que provoque un conflicto cognitivo al alumno. Que el maestro debe considerar siempre la transposición didáctica (Y. Chevallard). Que debe favorecer la reflexión de los alumnos, no sobre las cosas, sino sobre las relaciones entre éstas, etc., pero, ojalá que los docentes entendiéramos que el curriculum no sólo tiene que ver con la mera transmisión de conocimientos, sino que está implicado en aquello que somos y en aquello en que nos convertiremos (Tomaz Tadeu Da Silva, 1998: 73-75). Aunque la tradición crítica de la educación nos ha enseñado que el curriculum produce clases sociales antagónicas, las perspectivas más recientes amplían esa visión: también produce y organiza élites culturales, de género, raciales, sexuales.

Por eso, hoy más que nunca el docente tiene que estar informado (y eso sólo podrá lograrlo a través de la investigación), para poder analizar su propia práctica, valorarla en su justa dimensión y tomar actitudes conscientes sobre sus acciones a realizar en el aula. Que si los padres de familia de los alumnos dicen que somos buenos maestros, ¡Qué bueno!, pero que eso no nos haga sentir que ya no hay nadamás que hacer, porque

no debemos olvidar que nuestros alumnos aprenden con, sin y a pesar de nosotros. Entonces, no debemos estar tan seguros de que los aprendizajes de nuestros alumnos se deben sólo a nosotros. El que nuestra práctica se acerque o esté muy lejos, de lo que es el constructivismo, a final de cuentas tal vez importe menos que el estar conscientes de la necesidad de mejorar lo que hasta este momento creemos que hacemos bien. Buscando, sobre todo, que no haya más alumnos traumatizados para siempre a causa de no poder aprender matemáticas.

Desde el punto de vista de Carr y Kemmis (1988), es muy importante no perder de vista que la investigación educativa, para trascender tiene que ser interpretativa y científica.. “Interpretativa” en el sentido de generar teorías que sean entendidas y utilizadas por los docentes con referencia a sus propios conceptos y teorías; “científica” en el sentido de que dichas teorías representen un reto coherente a las creencias y supuestos incorporados en las teorías de la práctica educativa de los mismos docentes. Los hallazgos que acumule la investigación deberán guardar relación con las teorías que tienen estos docentes y servir para que éstos alcancen a comprender las prácticas que realizan y lo que intentan conseguir.

Tres de los cuatro profesores investigados aseguran que el poder observarse trabajando (en el video), les ha permitido revalorar su trabajo: uno afirma que le sirvió para darse cuenta de que él pensaba que todo lo hacía bien, pues sus niños aprendían matemáticas (se sobrevaloraba). Otro mencionó que, al contrario del primero, se subestimaba, y que al observarse en el video comprobó, lo que su directora ya le había dicho: que lo hace muy bien. Con esto asegura que podrá mejorar todo lo que hasta la fecha ha hecho. Un tercero, asegura que esta experiencia le ha permitido darse cuenta de que puede mejorar en mucho su práctica, ponerle “los condimentos”. Sólo uno de los profesores manifestó que siente que lo que hace está bien hecho, y se siente tan seguro que proyecta un rechazo, o al menos resistencia a modificar sus actitudes.

Esto, también coincide con lo que le pasó a John Elliot (1993), en relación con el grabado en video de sesiones de clase para luego analizarlas. De entre diez y veinte profesores que participaban, dos o tres se manifestaban resistentes al cambio y se convertían en enemigos de estas prácticas. Sin embargo, el número de los que se animaron a ser observados y analizados por otros ha ido creciendo. En nuestro caso, es importante no quedarse en el nivel descriptivo, en lo estatuido, sino que lo más importante es poder ir instituyendo algunas prácticas, pues ya lo dijo Stenhouse: “ No puede haber desarrollo del curriculum sin desarrollo del profesor”, “es importante considerar la enseñanza como forma de investigación educativa”

- En los profesores investigados detectamos un elemento común, a diferentes niveles: falta información; Lidio Ribeiro lo llama “falta de investigación”.

Las causas de la falta de información pueden ser muchas, desde el tiempo, lo económico, la falta de oportunidades, etc.

Sin embargo, hay quienes teniendo la oportunidad de informarse no lo hacen y es admirable la creatividad que tienen esos docentes para evadir su responsabilidad en la falta de actualización.

Culpan a todo mundo de su falta de investigación: que si “hacen que me pagan, hago que trabajo”; que si los libros están muy caros; que “las autoridades no nos reconocen nuestros esfuerzos”; que “no me queda tiempo para investigar, tengo que atender mi negocio o mi pequeña empresa; porque hay muchos docentes que son empresarios y pudiendo dedicarse únicamente a su empresa y hacerla producir a niveles de excelencia, prefieren trabajar mediocrementemente como docentes y, como empresarios (dicen que por el Seguro o el ISSSTE).

Aunque hay todavía muchos más casos sólo mencionaremos aquél docente que ha hecho muchos cursos (de todo) y que se considera, por ese simple hecho, “el non plus ultra”, el que no necesita preparar clase, ni necesita preocuparse por sus alumnos. Sabemos de casos en los que los alumnos tienen más problemas con docentes que han hecho una maestría o doctorado, que con otros que quizá no tengan “tanta preparación”. Se ha visto que los posgrados, en la docencia, no son ninguna garantía de calidad si no se realiza investigación conectada con la realidad del aula y comprobada en la acción misma (L. Stenhouse, 1993, p. 11).

El Profesor investigador Lidio Ribeiro (1996, p. 59) menciona que “nuestros maestros no investigan, y no es por falta de una formación metodológica sino, fundamentalmente, por la falta de un compromiso, serio y decidido, con la sociedad en que viven”. Plasma de una manera muy original su preocupación por esa falta de investigación que existe en nuestro magisterio mexicano y que en los resultados de esta investigación está presente:

“Se ha pretendido rebatir esta afirmación diciendo que si el profesorado mexicano no investiga es por falta de tiempo. A tal contraargumento he respondido siempre con el siguiente juicio conclusivo: no hay práctica docente renovadora y consistente sin investigación; por lo tanto,

profesor que no investiga es profesor que se anquilosa en su tarea específica. La investigación, aunque fuere la de nuestro diario quehacer magisterial, es la base de toda práctica docente. Sin investigación, por elemental que sea, toda práctica docente se vuelve rutina horizontal. Como corolario de lo anterior, podemos decir que: mal puede ‘fomentar actitudes que estimulen la investigación’ quien no investiga ni siente necesidad de hacerlo. Si nuestros docentes no investigan ni hacen innovaciones, mal pueden estimular al alumno para la realización de esas actividades”.

“La investigación, de hecho, no entra en los planes de actividades de la inmensa mayoría de nuestros profesores, aunque tengan plaza de “Profesor investigador” (Ribeiro, 1995: 59).

Como dicen los del periódico Uno más uno. “De uno en uno podemos llegar a ser todos”; cada día son más los profesores que toman conciencia de la necesidad de investigar y estar actualizados.

Apoyándonos en las ideas anteriores podemos decir que:

- Si las prácticas innovadoras descansan en la investigación - recordemos que dentro de las categorías del instrumento utilizado para la interpretación de las prácticas docentes de los encuestados las más innovadoras se llaman concepción de la matemática como resolución de problemas; y Tendencia Investigativa, la que tiene que ver con las concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas- y si no indagamos, si no hacemos investigación los docentes, ¿cómo podemos orientar en esa tendencia investigativa y de resolución de problemas a nuestros alumnos?

- ¿ Qué podemos hacer para que los docentes, de todos los niveles, tomen conciencia de ésta tan mencionada necesidad de investigar?

En nuestras escuelas se siente un deseo de transformar las relaciones entre profesores y alumnos en prácticas democratizadoras, pero hay realidades que no lo permiten: por un lado, grupos superpoblados, falta de material, carencia de recursos didácticos, falta de tiempo para destinarlo al estudio, maestros chambistas y alumnos que tiene que trabajar y estudiar; por el otro, maestros con escasa formación democrática.

- Si bien es cierto que hay mucha improvisación en la docencia - los bachilleres en primaria y preescolar; en secundaria y nivel superior, la incorporación como docentes, de profesionistas de todos los campos, que desgraciadamente no asumen su responsabilidad como tales (haciendo investigación sobre su práctica docente). Mucha

gente se pregunta: ¿Qué se está haciendo para abatir este problema, que además se acentúa en matemáticas?.

- Si bien es cierto que existen la Universidad Pedagógica, los Centros de Actualización del Magisterio y los Centros de Maestros, parece ser que no ha sido suficiente lo hecho hasta ahorita en estas instituciones para abatir los bajos índices de aprendizaje de la matemática en nuestras escuelas, principalmente en preescolar y primaria.

- La Universidad Pedagógica Nacional ofrece una licenciatura que toma como base la investigación-acción (LE '94) y que puede ser una salida a esta problemática tan seria, pero necesita más apoyos de todo tipo para realizar investigación de seguimiento a los egresados de la misma y prever lo que algunos investigadores afirman, que si los docentes que están a punto de dar el "cambio definitivo" en su práctica, no sienten apoyo, es probable que se regresen a su práctica anterior.

- A partir de los resultados de esta investigación: considerando que los profesores, con licenciatura y sin ella, se mueven entre las diferentes concepciones sobre la matemática y entre las diferentes tendencias sin que haya una adecuada congruencia entre las concepciones más innovadoras, podemos concluir que lo que hasta ahorita se ha propuesto no ha dado los resultados esperados. Esto no quiere decir que se deje de hacer.

Sin embargo, pensando en algo que pueda fortalecer lo ya hecho y lo que se siga haciendo, en las instituciones ya mencionadas, ¿podremos pensar en implementar Seminarios-talleres (objetivo implícito del proyecto), algo parecido a los IREM de Francia (independientes del sistema educativo) que aborden los problemas de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, incorporando la investigación-acción, con asesorías de investigadores que puedan dar seguimiento a proyectos de investigación de la didáctica de las matemáticas, desde el enfoque que proponen los franceses Yves Chevallard y su transposición didáctica; Guy Brousseau y sus situaciones didácticas y el contrato didáctico; Régine Douady, Michel Artigue y la ingeniería didáctica, Gerard Vergnaud y la teoría de los campos conceptuales (cálculo relacional y cálculo aritmético), N. Balachef y otros como P. Ernest, (constructivismo social de las matemáticas), Vygotsky, Piaget (aprendizaje y desarrollo), etc.?

Alcances y Limitaciones de la Investigación.

Alcances. La investigación permitió:

- Constatar que las prácticas de nuestros profesores están matizadamente alejadas del constructivismo; porque, desgraciadamente, cuando nos referimos al constructivismo, muchas veces no hablamos de lo mismo y no sólo eso sino que a veces no nadamás estamos hablando de interpretaciones distintas, sino, encontradas. En este trabajo proponemos el constructivismo desde las ideas que propone César Coll (1991), en la línea de Vygotsky (1985) y su Socioculturalismo y Bárbara Rogoff (1990), donde ya no se considera, de manera absoluta, que “el niño puede construir el conocimiento solo”, sino que a partir de cambiar la idea de la función del profesor, éste será el encargado de proporcionar las situaciones “ad oc” (los problemas), organizar las discusiones científicas y sugerir procedimientos de validación para el nuevo conocimiento (en la investigación, los cuatro investigados partieron del planteamiento de problemas, pero, no hicieron las otras dos actividades). Además, es común que los profesores, en su práctica tradicional, perciban que el aprendizaje va de lo simple a lo complejo (postura conductista), cuando que a partir de investigaciones recientes (Edgar Morin, 1994) se considera que el aprendizaje va lo complejo a lo simple. Dice Ángel Ruiz, Director del Centro de Investigaciones Matemáticas y Meta-matemáticas, CIMM, de la Universidad de Costa Rica (Ángel Ruiz, 1987: 1). “Es imprescindible evitar situaciones que sean demasiado simples, porque éstas se convierten en obstáculos epistemológicos pues favorecen la acción automática y poco creativa “; no debe entenderse que hacer las cosas difíciles es lo fundamental de una estrategia pedagógica. Complejidad y dificultad no son sinónimos. Los docentes tenemos temor de plantear situaciones que impliquen algoritmos que no hayamos ya abordado (debemos usar la heurística y la holística), sólo haciéndolo podremos realmente estar contribuyendo al aprendizaje de las matemáticas: Las situaciones en las que el error y la no solución son posibles, son de las más ricas para estimular el pensamiento creativo y la mejor utilización de las matemáticas.

- Darnos cuenta que en nuestras escuelas de nivel preescolar y de primaria se llevan a cabo; a pesar de los niveles de licenciatura a los que se ha elevado la preparación de

nuestros docentes y de los constantes cursos de actualización, prácticas muy diferentes en las que todavía es fuerte la tendencia hacia la memorización, la mecanización y el conteo en el aprendizaje de los conceptos matemáticos como el de número, cuando debieran apoyarse en la manipulación de objetos concretos al resolver problemas, organizados por equipos y a través de juegos (enfoque constructivista).

- Percibir que hay una problemática en relación al aprendizaje de conceptos matemáticos como el de número, que parece atribuible a los profesores, pues, los niños lo aprenden como se lo enseñen los docentes, y aun sin enseñanza alguna (niños de la calle y analfabetas). Si es cierto, entonces, esto tiene que ver con los profesores, lo que nos llevaría a preguntarnos ¿Habría que transformar la enseñanza?

- Comprobar que la innovación, como práctica común de nuestros profesores, está todavía por llegar, pues, la investigación educativa que se ha hecho y se está haciendo, como dice Stenhouse (1993: 11), está desconectada de la realidad del aula. Todo lo que se propone curricularmente es producto de la investigación de “expertos” que desde fuera hacen sus propuestas, que se espera los docentes “lleven a la práctica”. El docente, dice Stenhouse, siente el curriculum como algo ajeno, tal vez por eso se da el fenómeno de la simulación: los profesores de los niveles investigados manejan mucho “slogan constructivista”: ...que el niño debe de ser el centro sobre el que gire todo lo que se hace en el aula; que el propio niño es quien construye su conocimiento y él es el único responsable; que si la matemática es una construcción social; que si el juego y el trabajo grupal debe ser la forma de abordar las matemáticas etc., pero, finalmente, muchos de ellos sólo reproducen la forma en que ellos fueron enseñados. Como dijo Confucio: “Lo que se sabe, pero aun no se hace, se sabe superficialmente”.

Enterarnos que en este problema del aprendizaje escolar de las matemáticas no estamos solos en el mundo, este problema no respeta fronteras geográficas, culturales, sociales y está presente aun en los países “primer mundistas”, y en éstos, también se hace investigación, en sus respectivos enfoques o paradigmas, para mejorar los aprendizajes.

Darnos cuenta de que no es problema únicamente de los alumnos el no poder aprender matemáticas, sino una responsabilidad compartida entre alumnos, profesores y aun con los padres de familia. Debemos dejar, ya, de culpar siempre al alumno y volver la vista hacia nosotros los docentes,

Constatar que hay docentes con muchos deseos de realizar innovaciones en su práctica, pero les falta apoyo teórico-metodológico para el despegue definitivo. Este podría ser

proporcionado en un trabajo colegiado (seminario-taller) realizando investigación-acción, como la que aquí se propone..

Desgraciadamente, también hay quienes todavía creen que lo que sus alumnos aprenden es, únicamente, gracias a ellos. Olvidan, lo que dijo Piaget: “ los alumnos aprenden con el maestro, sin el maestro y, a pesar del maestro”. Ignoran que cuando los alumnos llegan a la escuela, de cualquier nivel, no llegan en blanco, siempre llegan con un conocimiento informal (Baroody, 1988: 26, 31, 34), algunos lo llaman de sentido común. Se resisten a aceptar que si sus alumnos desarrollan estrategias con las que logran resultados matemáticamente correctos, que son aceptables para ellos, eso no garantiza que se desarrolle la inteligencia del alumno.

Por esto es necesario enfatizar, que, si bien los alumnos logran aprendizajes que desde el punto de vista del docente y de los padres de familia, son considerados “buenos”, ello no debe tomarse como pretexto u obstáculo para que el docente ya no se preocupe por investigar y pueda hacer cada vez mejor lo que ya hizo bien.

- Notar que en las prácticas de nuestros docentes está ausente, casi por completo (en primaria), la práctica de valores. En preescolar, no son muchos los docentes que practican algunos valores como la libertad, la democracia, la verdad, la honestidad, al permitir realmente decidir a los propios alumnos lo que quieren que se aborde al día o los días siguientes. Prevalece, en estos niveles una preocupación muy grande por desarrollar los programas (en preescolar y con algunos docentes no tanto), en lugar de preocuparse por el desarrollo de los niños.

- Corroborar que si bien el aprendizaje de la matemática ha representado, desde que se tiene información, un gran obstáculo para casi todos los alumnos, de todos los niveles, convirtiéndose en el “coco” de los estudiantes, es posible; a partir de cambiar nuestras concepciones sobre la matemática y sobre su enseñanza, cambiar nuestras actitudes como docentes. Para eso habrá que considerar la propuesta de Stenhouse (1993), de la necesidad de los docentes de realizar investigación que nutra su acción y los ayude a teorizar acerca de su enseñanza. La metodología y la didáctica son aspectos que se destacan como elementos base de la enseñanza, de ahí la importancia de conocer e interiorizar sobre la teoría del conocimiento, y aunque no hay formas preestablecidas para hacer que el aprendizaje sea efectivo y cubra el 100% de las expectativas del estudiante, sí pueden existir dentro del quehacer pedagógico alternativas que permitan un aprendizaje feliz, placentero, aspecto tan olvidado y tan deseado a la vez en las clases de matemáticas.

- Advertir que si bien es importante tomar en cuenta lo que los alumnos ya saben, y enseñar en consecuencia (Ausubel, Novak y Hanesian, 1978: 1), lo que sigue por hacer no es tan fácil, pues, conceptualizar “lo que el alumno ya sabe” puede hacerse desde distintas concepciones (J. I. Pozo, 1996: 3), y, entonces, por ejemplo, en relación al número, podemos ir o bien en el enfoque constructivista o bien en el enfoque del conteo. Por eso nos preguntamos: ¿Tendrá importancia en el aprendizaje de las matemáticas, el que los docentes asuman una postura teórica en relación al número o al concepto de número?

- Entender que la clave de la didáctica es la formulación de interrogantes. El mejor docente no es el que ofrece más respuestas sino el que logra que los alumnos se hagan más preguntas. El buen docente genera dudas, despierta en los demás el interés por investigar.

Limitaciones. Las limitaciones que en la investigación se identificaron fueron las siguientes:

- No se pudo comprobar hasta dónde los Centros de Maestros han desarrollado investigación que se vincule al aula y al trabajo de los docentes de los niveles de preescolar y primaria, buscando incidir en la solución de la problemática que en relación al aprendizaje de las matemáticas se vive actualmente. Esto porque en esta investigación se plantea como objetivo implícito el implementar un Seminario-taller permanente, con la intención de colaborar en el abatimiento del problema del aprendizaje de las matemáticas, que permita a través de la implementación de proyectos de investigación (multidisciplinaria)-acción, ofrecer estrategias didácticas producto de la realización de las investigaciones. Algo parecido a los IREM de Francia, en donde un investigador con experiencia, apoya a docentes que tengan problemas sobre el aprendizaje de matemáticas de sus alumnos, para que los transformen en proyectos de investigación. Las universidades colaboran aportando los investigadores y las autoridades educativas los recursos económicos y los profesores-investigadores.

- No se pudo abordar en algún momento de la investigación el tema de la Teoría de Conjuntos, comentar acerca de lo que en las sesiones de trabajo grabadas en video y en las entrevistas se notó: la falta de esta teoría, que quiérase o no, es determinante en la

construcción de conceptos matemáticos y más todavía a nivel preescolar y los primeros grados de primaria, por su necesidad en el manejo de las clasificaciones, seriaciones y correspondencias uno a uno. Por su utilidad, no se entiende cómo estos contenidos pudieron ser eliminados o pospuestos para otros niveles (aunque es verdad que no en pocas ocasiones se abusaba de ella). Desgraciadamente, ahora todo quedará a la intuición y a la información subterránea.

- Otro punto que no se trató en la investigación y que se sugiere como un apoyo importante en el trabajo docente, es el que se refiere al diario de campo. Éste tiene que ver con una postura innovadora, que permite al docente autoevaluarse él mismo y ver su trabajo más como una estrategia que como un programa (Edgar Morin, 1994, citado por Ana María Fernández y Mercedes López, 1997: 7).

- La idea inicial era contar con la participación de un bachiller en la muestra lógica que se utilizó en la investigación, pero no fue posible porque ninguno de los que son estudiantes de la UPD quiso. La importancia se debe, primero, a que son una gran cantidad de profesores-bachilleres quienes participan como profesores en los niveles de preescolar y primaria de nuestro país, y segundo porque hubiera sido interesante escuchar sus opiniones en las entrevistas y observar sus prácticas, ya que se considera, a la luz de la teoría, que estos trabajadores tienen aún más limitaciones teóricas y metodológicas que todos los demás, que son egresados de normal básica.

- No fue posible contar con la muestra teórica (según Taylor y Bogdan, 1996: 108, 109 ,155), que deseábamos, pues, no es fácil que los profesores acepten ser entrevistados y observados en su práctica, no hay esa cultura, se sienten evaluados. Se palpa un temor muy grande a ser cuestionados sobre su hacer. Sin embargo la muestra lograda se acerca en mucho a la esperada, pues, tres de los profesores son licenciados egresados de los planes y programas de la Universidad Pedagógica y el otro ha participado de algunos cursos de verano ofrecidos por esta institución. Por lo tanto podemos considerar que la muestra lógica sí pertenece al universo definido en la investigación.

- La investigación puede ser ampliada a otros niveles y a otras problemáticas que permitan una interpretación de más cobertura.

- Como dicen Carrillo y Contreras (1995: 82-83), la interpretación, realizada por un solo investigador, corre el riesgo de caer en el subjetivismo; pero, si es realizada por más de uno, se tiene la dificultad para lograr entre ellos una compenetración y coherencia. El riesgo siempre existe. Ante esta situación y la necesidad de realizar esta investigación

para obtener el grado de maestría, se decidió por correr el primero de esos riesgos, partiendo de que, por una parte, existe la necesidad, por otra, la ética profesional, la responsabilidad en lo que se hace por mejorar nuestra labor como docentes. Se hizo el mejor esfuerzo, con entrega, con seriedad, para lograr resultados que combinen la objetividad (teniendo la seguridad de que si se repite la investigación en otro momento y con otra “muestra teórica”, los resultados serán muy aproximados, característica del nuevo paradigma de investigación emergente), con la subjetividad; necesidad de los sujetos de ser partícipes de la construcción de su conocimiento.

- Finalmente, la investigación deja un gran número de preguntas, una explícitas, otras latentes, sin embargo, cabe decir que, es algo a lo que deseábamos llegar, esto, producto de la postura teórica que hemos asumido, ya que consideramos que el mejor trabajador docente no es el que contesta más preguntas, sino el que provoca más inquietudes, el que motiva a investigar. Además, este trabajo pretende más que ofrecer explicaciones acabadas, motivar a quienes participando de nuestras inquietudes se decidan a incursionar en la investigación de esta problemática, a través de las inquietudes que les hayamos podido crear.

Bibliografía

- AEBLI, HANS. (1958): "Una didáctica fundada en la psicología de Jean Piaget. Kapeluz, Argentina.
- AGUDELO, VALDERRAMA, ANA CECILIA. (1995): "Mejorando el currículo nacional de matemáticas en Colombia". Matemáticas para todos. Educación Matemática, Vol 7 No. 2 agosto, pp. 5-22
- APPLE, MICHEL W. (1996): "El conocimiento oficial". La educación democrática en una era conservadora. Paidós, Barcelona, España.
- ARMENDARIZ, MA. VICTORIA, CARMEN AZCARATE Y JORDY DEULOFEV. (1993). "Didáctica de las matemáticas y psicología". Infancia y Aprendizaje. Barcelona. pp. 77-99.
- ARTIGUE, MICHEL. R. DOUADY y L. MORENO. (1995): "Ingeniería didáctica en educación matemática", "una empresa docente" y Grupo Editorial Iberoamérica, México.
- AUSUBEL, DAVID P. ; JOSEPH D. NOVACK Y HELLEN HANESIAN (1978): "Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo", México, Trillas.
- ÁVILA, S. ALICIA. (1985): "Reflexiones para la elaboración de un curriculum de matemáticas en la educación básica". en Revista informativa del profesor de matemáticas. Séptima época. Vol. 1, No. 5 nov., México. pp. 13-21.
- BARABTARLO, ANITA. (1995): "Investigación-acción". Una didáctica para la formación de profesores. UNAM. CISE. Castellanos Editores, México.
- BAROCIO QUIJANO, ROBERTO. (1996). "La enseñanza de las matemáticas en el nivel de preescolar: la visión psicogenética". Revista Educación Matemática. Vol 8 No 3 Diciembre, pp. 50-62.
- BAROODY, ARTHUR. (1988): " El pensamiento matemático de los niños. Un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial. Aprendizaje/Visor. Madrid.
- BERNARDO GÓMEZ, ALFONSO. (1996). "Mecanismos de una falta de competencia en cálculo mental. Un estudio en la formación de maestros". en Educación Matemática, Vol 8 No 1 abril, pp. 5-12.
- BLANCO NIETO, LORENZO J. (1996). " Resolución de problemas aritméticos y formación práctica de los maestros". En Educación Matemática Vol. 8 No. 1 Abril. pp. 53-64
- BLOCK, DAVID. , MARTHA DÁVILA V. Y PATRICIA MARTÍNEZ F. (1995): "La resolución de problemas: Una experiencia de formación de maestros. En Educación Matemática. Vol 7 No 3, diciembre. PP. 5-26
- BOLLAS, PEDRO. (1991). " La representación gráfica de las cantidades en el niño preescolar". U.P.N., México.

- BRANSFORD, JHON D. Y NANCY J. VYE. (1989). "Una perspectiva sobre la investigación cognitiva y sus implicancias para la enseñanza". en RESNICK, L. y L. KLOPFER. " Curriculum y cognición". Aique, Argentina. pp. 275-324.
- BRISSIAUD, REMI. (1993) " El aprendizaje del cálculo. Más allá de Piaget y la teoría de conjuntos. Visor, Madrid.
- BROUSSEAU, GUY. (1994). "Los diferentes roles del maestro". En PARRA CECILIA, IRMA SAIZ. "Didáctica de matemáticas. Aportes y Reflexiones. Paidós, Argentina. pp. 65-94.
- BROWN, G. Y G. DESFORGES. (1979) " La teoría de Piaget". Una crítica psicológica. Routledge y Kegan Paul. Londres.
- BRUN, JEAN, (1980): "Pedagogía de las matemáticas y psicología: análisis de algunas relaciones". En: Infancia y Aprendizaje No. 9 Madrid,
- BUENO, GUSTAVO. (1991): " La Etología como ciencia de la cultura". En Seminario cultura. Proyecto Filosofía en Español. Universidad Menéndez Pelayo, Barcelona. julio, pp. 56.
- CANTARERO SERVER, JOAN E. (1996): " La universidad y el desarrollo profesional de los docentes: ¿conjuntos disjuntos?. Algunas líneas para la convergencia. En Revista Investigación en la escuela no. 29, pp. 39-47.
- CARR, W. y S. KEMMIS. (1988): "Teoría crítica de la enseñanza". La investigación-acción en la formación del profesorado. Martínez Roca, Barcelona.
- CARRILLO, JOSÉ y LUIS C. CONTRERAS. (1995). " Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza. en educación Matemática. Vol 7 No 3, diciembre. pp. 79-92.
- CASTRO, ENCARNACIÓN, LUIS RICO Y ENRIQUE CASTRO. (1995). " Estructuras aritméticas elementales y su modelización. Una empresa docente & Grupo Editorial Iberoamérica. Colombia.
- CÁZARES, SOLÓRZANO, JORGE ANTONIO. (1993): " La enseñanza y el aprendizaje de la aritmética en tercero de preescolar. Reporte de investigación educativa. En
- CELA BERMEJO, DANIELA y EMMA GARCÍA SÁNCHEZ. (1996): "Formación permanente del profesorado y autonomía. en Revista Investigación en la escuela no. 29, pp. 77-88
- CHARNAY, ROLAND. (1994): Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones. Paidós, Argentina, pp. 55-65
- CLARK, CHRISTOHER y PENELOPE L. PETERSON. (1990) Procesos de pensamiento de los docentes. en WITTROCK C. MERLIN. "La investigación de la enseñanza" III. Profesores y Alumnos. Paidós, México. pp. 443-539.

- COLL, CESAR. (1983): a). "Psicología Genética y aprendizajes escolares". Siglo XXI, España.
- COLL, CESAR. (1983): b). "La construcción de esquemas de conocimiento en el proceso de enseñanza aprendizaje". en Psicología Genética y Aprendizajes escolares. Siglo XXI, España.
- COLL, CESAR. (1991). " Constructivismo e intervención educativa: ¿cómo enseñar lo que se ha de construir? Ponencia presentada en el Congreso Internacional de Psicología y educación. " Intervención Educativa". noviembre, Madrid en UPN-SEP "Corrientes Pedagógicas contemporáneas", Antología básica, pp. 9-24.
- COLL, CESAR. "Un marco de referencia psicológico para la educación escolar: la concepción constructivista del aprendizaje y de la enseñanza", en COLL, C. ; J. PALACIOS y A. MARCHESI (comp). Desarrollo psicológico y educación. V II Psicología de la educación. Madrid Alianza. Pp. 435-453
- CONFUCIO. Notas de fotocopia.
- CONTRERAS, D. JOSÉ. (1997) "La autonomía del profesorado" Morata, Madrid.
- CHARNAY, ROLAND. (1994): "Aprender (por medio de) la resolución de problemas". En PARRA, Cecilia e Irma Sáiz (comps.). Didáctica de Matemáticas. Paidós, Argentina, pp. 51-63
- CHRISTOPHER, CLARK Y PENELOPE L. PETERSON. (1990): " Procesos de pensamiento de los docentes". En WITTROCK, MERLIN, C. "La investigación de la enseñanza". Paidós México, pp. 443-539.
- DE GUZMÁN, MIGUEL. (1999): " Matemáticas y estructura de la naturaleza". En PHILOSOPHY OF MATHEMATICS EDUCATION JOURNAL 11, pp. 24.
- DELVAL, JUAN. (1982): "Crecer y pensar". Alianza Universidad, Madrid.
- DIAZ, BARRIGA, ANGEL. (1992): "Didáctica y curriculum. Nuevomar", México.
- _____ (1995) "Empleadores de Universitarios". Un estudio de sus opiniones. CESU, UNAM, Miguel A. Porrúa, México
- DOUADY, REGINE. (1995). La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento. en ARTIGUE, M. , R. DOUADY, L. MORENO Y P. GÓMEZ. "Ingeniería didáctica en educación matemática. Una empresa docente & Grupo Editorial Iberoamérica. México.
- ELLIOT, JOHN. (1993): "El cambio educativo desde la investigación-acción". Morata, Madrid
- ERICKSON, FREDERICK. (1989): " Métodos cualitativos de investigación sobre la enseñanza". En Wittrock, Merlin C. La investigación de la enseñanza, II Métodos cualitativos y de observación. Paidós, México, pp. 195-301.
- ERMEL del INRP. "Nombrar, leer, escribir números. en ERMEL: Aprendizajes numéricos y resolución de problemas. Traducción de Silvia Alatorre, U. P. N.

- ERNEST, P. (1989): "Beliefs influence in mathematics teaching". Mathematics Education and Society. Document Series 35. Unesco pp. 99-101.
- ERNEST, P. (1991): "The Philosophy of mathematics education. London Palmer press.
- FERH, HOWARD. (1985): " Teorías del aprendizaje relacionadas con el campo de las matemáticas", en Corrientes Psicopedagógicas I. México, UPN. pp. 120-148). En UPN. (1988): Antología: La matemática en la escuela II. pp. 105-147.
- FERNÁNDEZ, F. ALBERTO. (1997a): "La reforma de las matemáticas modernas y la situación de la...", 8 pp.
- _____ (1997b): ¿qué sucedió después?. Perspectivas. Capítulo V. 6 pp.
- FERNÁNDEZ, ANA MARÍA y MERCEDES LÓPEZ. (1997): "Algunas puntuaciones sobre Epistemología y Campos de Problemáticas en Ciencias Sociales. Revista Psicología y Salud. Veracruz, México. pp. 12.
- FREUND, JULIEN: (1986) "Sociología de Max Weber. Ediciones Península, Barcelona.
- FREUDENTAL, HANS. (1996): "Trabajando en la educación en matemáticas (Trad. Jorge Martínez Sánchez. CINVESTAV del IPN. Departamento de matemática educativa.
- FRIED SCHINTMAN, DORA. (1994): " Ciencia Cultura y subjetividad". En Fried Schintman. Nuevos paradigmas, cultura y subjetividad. Paidós México. pp. 15-34.
- FUENLABRADA, IRMA. (1996) " Innovaciones curriculares en matemáticas. Primer ciclo de la educación primaria. Los principios teóricos y metodológicos que sustentan a los nuevos libros. Documento DIE 45 DOCS/DIE 300:45 CINVESTAV. México. pp. 1-6.
- FUSON, K. y J. HALL. (1983): "The acquisition of early number word meaning: A conceptual analysis and review", en H. GINSBURG (comps), The Development of Mathematical Thinking. Academic Press, Nueva York.
- FUCOP-CIMA. (1998): " Ciencia y alternativa, la revolución ortodoxa: grietas en el paradigma. Revista Siglo XX, Colombia, 10 p.
- FUCOP-CIMA II. (1998): " Las preguntas y las respuestas está predeterminadas por nuestras formas de pensar". Revista Siglo XX, Colombia, 11 p.
- FURTH, HANS G. (1974): " Las ideas de Piaget, su aplicación en el aula". Kapeluz, Argentina.
- GÁLVEZ, GRECIA. Mecnograma: "Elementos para el análisis del fracaso escolar en matemáticas. DIE-CINVESTAV-IPN. México.
- GÁLVEZ, GRECIA. (1994). "La didáctica de las matemáticas". en Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones. Paidos Argentina, pp. 49-50.

- GALLEGOS, NAVA, RAMÓN. (1986): "La nueva ciencia y la Declaración de Venecia". Revista El Mercurio, Centro Universitario de Los Altos, México, 3 p.
- GARCÍA DÍAZ, J. EDUARDO. (1996): "La transición desde un pensamiento simple hacia un pensamiento complejo en la construcción del conocimiento escolar. En Revista Investigación en la escuela no. 27. pp. 7-20.
- GARCÍA PÉREZ, FRANCISCO F. (1996): "Dificultades y obstáculos en la construcción del conocimiento escolar en una hipótesis de progresión de lo simple a lo complejo. Reflexiones desde el ámbito urbano. en Revista Investigación en la escuela no. 27. pp. 83-94.
- GIMENO, J. y ÁNGEL PÉREZ GÓMEZ. (1995): "Comprender y transformar la enseñanza. Morata. Madrid.
- GIORDAN, ANDRÉ y GÉRARD de VECHI. (1995): "Los orígenes del saber". Serie Fundamentos no. 1 Colección Investigación y Enseñanza, Diada editores, Sevilla.
- GÓMEZ ALFONSO, BERNARDO. (1996): "Mecanismos de una falta de competencia en el cálculo mental". Un estudio en la formación de maestros. En Educación Matemática. Vol 8 no. 1, pp. 5-12.
- GOETZ, J. P. y LECOMPTE, M. D. (1988): "Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa. Morata Madrid.
- GODINO, J. D. y M. C. BATANERO. (1998): "El análisis didáctico del contenido matemático como recurso en la formación de profesores de matemáticas". Biblioteca virtual de la Universidad de Granada. 18 p.
- _____ *et al.* (1999): "Integración de enfoques de investigación en Didáctica de las Matemáticas. Implicaciones para el diseño curricular y la formación de profesores de matemáticas". Ponencia en el XIII Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de la Matemática. Boletín No 9. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, España. El Escorial, abril, 7 p.
- _____ (1991): "Hacia una teoría de la Didáctica de las Matemáticas". Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, España, 39 p.
- _____ y BATANERO. (1996): "Relaciones dialécticas entre teoría, desarrollo y práctica en educación matemática: un meta-análisis de tres investigaciones. Universidad de Granada, España, 14 p.
- _____ y BATANERO. (1995). "Contenidos teóricos y metodológicos para la formación de investigadores en Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, España, 16p
- _____ M. C. BATANERO, V. NAVARRO- PELAYO. (1995). "Epistemología e instrucción matemática: Implicaciones para el desarrollo curricular. Revista de la Universidad de Granada, España, 15 p.

- _____ (1999): “ Reflexión sobre la dimensión epistemológica de la Didáctica Fundamental y valoración de la calidad y relevancia de sus aportaciones. Ponencia presentada en la MESA REDONDA sobre el tema: Epistemología de las matemáticas y de la educación matemática. Posición de la Didáctica Fundamental. XIII SIIDM, El escorial, 9-11 de abril. 8 p.
- GOMEZ-GRANELL Y JAVIER FRAILE: (1993): Psicología y Didáctica de las matemáticas. Revista Infancia y Aprendizaje 62-63.
- GRAWITZ, MADELEINE. (1984): “Los métodos y técnicas de estudio de documentos”. En Grawitz Madeleine. Métodos y Técnicas de las Ciencias Sociales. Editia Mexicana S.A. México, pp. 143-278.
- GUTIÉRREZ, B. LIDIA. (1994). “La matemática escolarizada: ¿ la ciencia transformada en dogma?. Un estudio etnográfico realizado en aulas universitarias. Tesis doctoral presentada ante la Universidad Nacional Experimental “Simón Rodríguez”, 78 p.
- HIEBERT, J y M. BEHAR. (1989): "Introducción: Aprehensión de temas principales. Universidad de Delaware, Universidad del norte de Illinois. Traducción de Olimpia Figueras, Sección de Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN, México.
- HOLT, JHON. (1985): "Cómo fracasan los niños", en: Fuentes Molinar Olac. "Crítica a la escuela". El reformismo radical en Estados Unidos. Ediciones El Caballito, SEP Cultura, México.
- KAMII, CONSTANCE. (1982): "El número en la educación preescolar". Madrid, Visor.
- KAMII, CONSTANCE. (1985):" La teoría del número de Piaget". Visor libros, Madrid.
- KHUN, THOMAS S. (1986): "La estructura de las revoluciones científicas". Fondo de Cultura Económica, México.
- KLINE, MORRIS. (1976): "El lenguaje de las matemáticas", en El fracaso de la matemática moderna. Siglo XXI, España.
- LABINOWICS, ED. (1984): "Algunas limitaciones del libro de texto". en Introducción a Piaget. Fondo Educativo Interamericano, México.
- LANGFORD, PETER. (1989). " El aprendizaje de la aritmética". en El desarrollo conceptual en la escuela primaria. Paidós, España. pp. 111-129.
- LARIOS OSORIO, VICTOR. (1998a): “ Constructivismo en tres patadas”. Revista Gaceta COBAQ, Año XV, no. 32 marzo-abril, México 8 p.
- _____ (1998b): “ La formación matemática del docente de matemáticas del nivel medio”. Ponencia presentada en el II Encuentro Internormales 1998. Centenaria y Benemérita Escuela Normal del Estado de Querétaro “Andrés Balvanera”, abril, 4 p.

- LOVELL, KARL. (1986): "Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños". Ediciones Morata, Madrid.
- MARTON, FERENGE. (s/f): "La Fenomenografía". Proyecto Redocente. Instituto de Educación. Universidad ORT Uruguay, 7 p.
- ROCHELLE, G. KAPLAN, TAKASHI YAMAMOTO Y HERBERT P. GINSBURG. (1989): "La enseñanza de conceptos matemáticos". en RESNICK, L. y L. KLOPFER. "Curriculum y cognición". Aique, Argentina. pp. 105-139.
- LERMAN, S. (1983): "Problem solving or knowledge centered: The influence of phylosophy on mathematics teaching". *International Journal Mathematics Education in Science and Technology*, 14 (1), 59-66.
- LERNER, DELIA. (1977). "Clasificación, Seriación y Concepto de número". Mimeo. División de primera y segunda infancia. Caracas, Venezuela.
- LESHAN, LAWRENCE y HENRY, MARGENAU. (1991): "El espacio de Einstein y el cielo de Van Gogh". Gedisa, Barcelona, España.
- MAHONEY, M. J. (1982) El procesamiento de información. en PÉREZ GÓMEZ, ÁNGEL Y JULIÁN ALMARAZ. "Lecturas de aprendizaje y enseñanza". Edit. Zero. pp. 414- 440.
- MAYER, R. E. (1975). " Variables de procesamiento de información en el aprendizaje de solución de problemas". *Review of Educational Research*. 45 No 4 pp. 525-541.
- MAZA, CARLOS Y CARLOS ARCE. (1991): "Ordenar y Clasificar". Editorial Síntesis, Madrid, España.
- MEDINA LIBERTY, ADRIÁN. (1998): " La herencia de Vigotsky. La dimensión sociocultural de la enseñanza". ILCE. México.
- MEDINA ARTEAGA, LUIS. (1985): "El fracaso escolar en la educación primaria". *Revista de la Escuela Normal Superior de México*, IV época, marzo-abril pp. 26-34.
- MENDEZ BALDERAS RODOLFO. (1990). "Enfoques actuales de la enseñanza de las matemáticas en la formación de docentes de educación primaria. *Revista mexicana de pedagogía*. Año 1 No 3 junio-julio-agosto. pp. 43-45.
- MERINO, G. RONCORONI; M, RAMÍREZ, S y WROTNIAK, E. (1996): " La transformación educativa y el docente, ¿una revolución al estilo de Copérnico?, en *Revista Investigación en la escuela* no. 29, 97-110.
- MONEREO, CARLES. (1996): "De los procedimientos a las estrategias: implicaciones para el proyecto curricular IRES. en *Revista Investigación en la escuela* no. 29, pp. 7-20.

- MORENO, ARMELLA, LUIS. Y GUILLERMINA WALDEG. (1992): "Constructivismo y Educación Matemática". en Educación Matemática, Vol 4 No. 2 agosto, pp. 7-15.
- MORENO ARMELLA, LUIS. (1996) "La epistemología genética: una interpretación". En Educación Matemática . Vol 8 No 3 diciembre, pp. 5-23.
- MORENO, MONTSERRAT. (1986): "La pedagogía Operatoria". Laia, Barcelona, España.
- MORIN, EDGAR. (1994): "La noción de sujeto", en Fried Schintman, Dora, Nuevos Paradigmas, Cultura y subjetividad. Paidós, México. pp. 67-85.
- _____ (1994): "Epistemología de la complejidad", en Fried Schintman, Dora, Nuevos Paradigmas, Cultura y subjetividad. Paidós, México. pp. 421-442.
- NEMIROVSKY, MIRIAM y A. CARVAJAL. (1983): Anexo 1 de Contenidos de Aprendizaje. México, UPN-SEAD.
- NOT, LUIS. (1983): "El conocimiento matemático". en "Las pedagogías del conocimiento", FCE, México.
- PALACIOS, y A. MARCHESI (comps). Desarrollo psicológico y educación. V II Psicología de la educación. Alianza, Madrid. pp. 435-453.
- PALACIOS, JESUS. (1986): "La cuestión escolar". Críticas y alternativas. Fondo de Cultura Económico. México.
- PARRA, CECILIA, IRMA SAIZ. (!994). "Didáctica de matemáticas". Aportes y Reflexiones. Paidós. Argentina, pp. 219-272.
- PELTIER, MARIE-LISE. (1995). "Tendencias de la investigación en didáctica de las matemáticas y la enseñanza de los números en Francia". en: Educación Matemática. Vol 7, No 2, Agosto. 31-43.
- PÉREZ GÓMEZ, ÁNGEL. (1992). " Los procesos de enseñanza-aprendizaje: análisis didáctico de las principales teorías del aprendizaje" en: SACRISTÁN, de aprendizaje y enseñanza". Edit. Zero.
- PIAGET, JEAN. (1975): "El mito del origen sensorial de los conocimientos científicos". en "Psicología y epistemología". Ariel, Barcelona.
- _____ (1980): " La enseñanza de las matemáticas modernas". en Antología la matemática en la escuela I de la U.P.N.
- _____ (1987): a) "Psicología de la Inteligencia". Editorial Psique, Buenos Aires.
- _____ (1987): b) "Introducción a la Epistemología Genética" 1 El pensamiento Matemático. Editorial Paidos Mexicana, México.
- _____ (1988): "Cómo un niño forma conceptos matemáticos". Mecanograma. en U.P.N. Antología: La matemática en la escuela II.
- _____ y B. INHELDER. (1981): "Psicología del niño". Ediciones Morata, Madrid, España

- _____ y B. INHELDER. (1983): "Génesis de las estructuras lógicas elementales". Clasificación y seriación. Bs. As. Guadalupe.
- _____ y A. ZEMINSKA. (1987): "Génesis del número en el niño" Editorial Guadalupe, Argentina.
- PHILLIPS JR., JHON L. (1972): "Los orígenes del intelecto según Piaget". Fontanella, Barcelona, en U.P.N. La matemática en la escuela I pp. 21-29.
- POPE, M. L. y E. M. SCOTT. (1983). "La epistemología y la práctica de los profesores". Tomado de R. HALKES y J. K. OLSON *Teacher Thinking: a new perspective on persisting problems in education*. ISSE, SWETS y ZEITLINGER, Holanda. en PORLAN, R. "Investigación y Enseñanza. Hacia un modelo de enseñanza-aprendizaje basado en la investigación. Serie Fundamentos. Diada. España.
- PORLÁN, R., (1992): "Teoría y práctica del curriculum. El curriculum en la acción en AA. VV. *Curso de actualización científico-didáctica*. Madrid: MEC.
- PORLAN, RAFAEL; PILAR AZCARATE; ROSA MARTIN DEL POZO; JOSÉ MARTIN. (1996): "Conocimiento profesional deseable y profesores innovadores: fundamentos y principios normativos. en *Investigación en la escuela*, no. 29. pp. 23-38.
- POZO, JUAN I. (1996). "La psicología cognitiva y la educación científica" Departamento de Psicología básica. Facultad de Psicología. Universidad Autónoma de Madrid.
- RESNICK, LAUREN y L. KLOPFER. (1989). " Curriculum y cognición". Aique, Argentina.
- RESNICK, LAUREN Y L. KLOPFER. (1989) " Curriculum y Cognición". Colección Psicología Cognitiva y Educación. Aique, Argentina. pp. 15-42.
- RESNICK, LAUREN B. Y WENDY FORD. (1990): "La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos. Paidós, Barcelona.
- RIBEIRO, RIANI, LIDIO NÉSTOR. (1996): "Los valores de acceso y la práctica docente" Plaza y Valdez Editores. México.
- ROGOFF, BÁRBARA. (1990): "Apprenticeship in Thinking": Cognitive Development in Social Context. Oxford University Press.
- ROZADA MARTINEZ, JOSÉ MARÍA. (1996). "Los tres pilares de la formación: estudiar, reflexionar y actuar". Notas sobre la situación en España. En *Investigación en la Escuela* No. 29. pp. 6-21.
- SACRISTÁN, J. GIMENO. (1995) " Paradigmas crítico-reflexivos en la formación de profesores. Derivaciones para los contenidos y para las prácticas. en Simposio Internacional. Formación docente, modernización educativa y globalización. Documento de trabajo. Anexo 2. Septiembre, México. pp. 1-23.

- SANTOS, LUZ MANUEL. (1992): "Resolución de problemas; el trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas. Educación Matemática, Vol 4 No 2, agosto, pp. 16-24.
- SARASOLA , MARCOS. (1998): " La danza de Fritjof Capra". En Revista Educación y DDHH. Edición digital. Cuadernos para docentes. Año X- Marzo-No. 33. 17p.
- SELLARES, ROSA y MERCÉ BASSEDAS. (1983): " La construcción de sistemas de numeración en la Historia y en los Niños", en Moreno Montserrat *et al.* La Pedagogía Operatoria. Barcelona, Laia, pp. 87-104.
- SIERPINSKA, ANNA y S. LERMAN. (1996): " Epistemologías de las matemáticas y de la educación matemática". En A. J. Bishop *et al* (eds), International Handbook of Mathematics Education (pp. 827-876). Trad. Juan D. Godino, Dordrech, HL: Kluwer, A. P. 24 p.
- SKEMP, R., (1978): "Relational understanding and instrumental understanding". *Arithmetic Teacher*, 26(3), 9-15.
- SOTOMAYOR, JOSÉ MARÍA. (1989): " Paradigmas y revoluciones científicas". Resumen del capítulo "Paradigmas y revoluciones científicas" del Libro de Javier Echeverría. Introducción a la metodología de la ciencia, Barcanova, 5 p.
- STAKE, ROBERT. (1998): " Investigación con Estudio de Casos". Ediciones Morata. S. L. Madrid.
- STENHOUSE, L. (1993): " La investigación como base la enseñanza". Morata, Madrid.
- TADEU DA SILVA, TOMAZ. (1998): "Cultura y curriculum como prácticas de significación". En Teoría del curriculum. REC. Revista de estudios de curriculum. Ediciones Pomares- Corredor. Barcelona, España, pp. 59-76.
- TAYLOR, S. J. Y R. BOGDAN. (1996). " Introducción a los métodos cualitativos de investigación. La búsqueda de significados. Paidós, Barcelona, España.
- THOMPSON, A. G., (1984): "The Relationship of teachers' conceptions of mathematics teaching to instructional practice". *Educational Studies in Mathematics*, 15, 105- 127.
- THOMPSON,A.G., (1992): "Teacher's beliefs and conceptions: a synthesis of the research ". En GROUWS, D.A. (Ed.) *Handbook on Mathematics Teaching and Learning*. New York: McMillan.
- TIROSH, DIANA. (1993): "Cómo comprenden los profesores las expresiones matemáticas indefinidas". en Dominios específicos en psicología y educación. Substratum. Temas fundamentales en psicología y educación. Vol 1 No 2 junio pp. 61-86.
- TORRES, JURJO. (1984): "La investigación etnográfica y la reconstrucción crítica en educación". En Goetz, J. P. y LeCompte, M. D. Morata Madrid.

- TOSCANO Y ANA RIVERO GARCIA. (1996) "Conocimiento profesional deseable y profesores innovadores: fundamentos y principios formativos. en Investigación en la escuela, No 29. pp. 23.
- VALDEZ, C. ERÉNDIRA. (1997): "Acerca de la contradicción en la actualización del profesor", en Siglo XXI Revista cuatrimestral. Año 3, No 6 enero-abril 1997, pp. 49-54.
- VALDEZ, C. ERÉNDIRA. (1998): "Rendimiento escolar y actitudes hacia las matemáticas". Una experiencia en la escuela secundaria. CINVESTAV-IPN. México.
- VERGNAUD, GERARD. (1981). "Algunas orientaciones teóricas de las investigaciones francesas en didáctica de las matemáticas". Conferencia Plenaria Proceedings MMS5 pp. 7-17.
- VERGNAUD, GERARD. (1991): "El niño, las matemáticas y la realidad". Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Editorial Trillas, México.
- VERGNAUD, GERARD. (1983): "Actividad y conocimiento operatorio" en "Psicología genética y aprendizajes escolares". Siglo XXI, España.
- VON, GLASERSFELD, ERNEST. (1994): "La construcción del conocimiento". En FRIED SCHNITMAN. Nuevos paradigmas, cultura y subjetividad. Paidós México. pp. 115-128.
- VYGOTSKI, LEV S. (1985) "El desarrollo de los procesos psicológicos superiores". Editorial Crítica. México.
- VYGOTSKI, LEV S. (1992). " Pensamiento y lenguaje". Ed, Quinto Sol. México.
- WATZLAWICK, PAUL Y OTROS. (1990). " La realidad inventada". Gedisa Barcelona, España.
- _____ (1997). "La muerte de la objetividad". Revista El ojo del observador. Universidad de Chile, Año V No 4 diciembre, 7 p.
- WITTROCK, MERLIN C. (1990). "La investigación de la enseñanza" I, II y III. Profesores y alumnos. Paidos, México.

ANEXOS

RESUMEN

Esta investigación comenzó, al detectar en mi práctica docente, como asesor de la UPD, que algunos profesores de los niveles de preescolar y de primaria tienen serias carencias teórico-conceptuales y metodológicas acerca de la enseñanza aprendizaje de los conceptos matemáticos como el de número. Según Dilthey, Max Weber, Rickert, Maturana, es a partir de nuestras creencias (concepciones) que asumimos posturas diferentes acerca de la realidad. En relación con el número, la situación tal vez sea más evidente, pues, en la práctica que realizan los profesores de los niveles mencionados se evidencian sus *Tendencias*: Tradicional, Tecnológica, Espontaneista o Investigativa (concepciones sobre la enseñanza de conceptos matemáticos como el de número), y la Instrumental, la Platónica o la De Resolución de Problemas (concepciones sobre la matemática). Algunos sólo reproducen la forma en que ellos fueron “enseñados”.

Se han construido algunas teorías del conocimiento y algunas teorías del aprendizaje [Conductismo, Gestalt y Cognoscitivismo (Constructivismo)] desde las que se hacen

propuestas acerca de cómo lograr que los niños construyan o aprendan el concepto de número. En la actualidad, en Francia, se está desarrollando investigación sobre didáctica de la matemática (como un campo de investigación independiente del campo de acción del sistema educativo), en un enfoque constructivista (no completamente piagetiano), que considera tres aspectos: 1) Una aproximación cognitiva que gira alrededor de los trabajos de Gérard Vergnaud (teoría de los campos conceptuales; 2) La teoría de la transposición didáctica de Yves Chevallard; 3) La teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau (Contrato Didáctico).

Para el logro de los objetivos de este trabajo: identificar los tipos de prácticas que se realizan en preescolar y primaria en relación a la construcción del concepto de número, se utilizó la técnica Análisis de Contenido que propone Madeleine Grawitz (1984), como instrumento para la obtención de datos de un modelo teórico sobre las concepciones sobre las matemáticas y sobre la concepción sobre la enseñanza de las matemáticas de los profesores, que proponen Carrillo y Contreras (1995).

***“SERÁN LOS PROFESORES, QUIENES EN DEFINITIVA, CAMBIARÁN EL
MUNDO DE LA ESCUELA, CONOCIÉNDOLA”
LORENTZ STENHOUSE***

